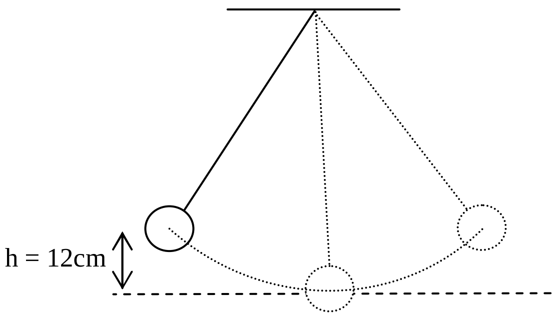
Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Energieerhaltungssatz

1. Die Kugel des abgebildeten Pendels wird ausgelenkt und dabei die Höhe $h = 12cm$ angehoben.
   a) Mit welcher Geschwindigkeit schwingt die Kugel durch die Ruhelage?
   b) Wie hoch müsste man die Kugel auslenken, damit die Geschwindigkeit doppelt so groß wie bei Aufgabe a) ist?



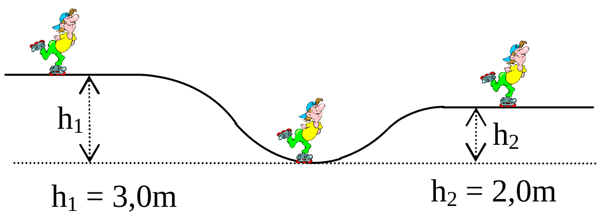
2. Peter springt vom 10-Meter-Turm ins Wasser.
   a) Mit welcher Geschwindigkeit taucht er in das Wasser ein?
   b) Aus welcher Höhe müsste Peter springen, wenn er nur die Hälfte der Geschwindigkeit von Aufgabe a) beim Eintauchen haben will?
   c) In welcher Höhe über dem Wasser hat Peter die Hälfte der Geschwindigkeit von Aufgabe a) ?

3. Eine Feder wird durch ein Gewicht der Masse 500g um 4,0cm gedehnt.
   a) Wie groß ist die Federhärte dieser Feder?

   Die Feder wird nun um 5,0cm zusammengepresst, um eine Kugel der Masse 20g senkrecht in die Höhe zu schießen.
   b) Wie viel Spannenergie steckt nach dem Zusammenpressen in der Feder? Wie hoch fliegt die Kugel der Masse 20g ?
   c) Wie hoch fliegt die Kugel, wenn man die Feder nur 2,5cm zusammenpresst?

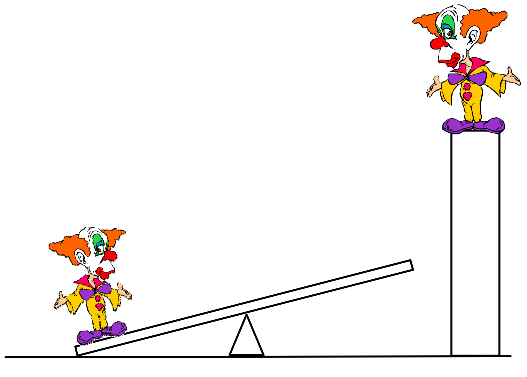
4. Ein Ball wird aus einer Ausgangshöhe von 1,6m über dem Boden nach oben geworfen und erreicht eine maximale Höhe von 8,8 Metern.
   a) Beschreibe die Energieumwandlungen!
   b) Mit welcher Geschwindigkeit wurde der Ball abgeworfen?
   c) Welche Geschwindigkeit hat der Ball in einer Höhe von 5,0m über dem Boden?

5. Peter (50kg) fährt mit Rollschuhen die abgebildete Berg- und Talbahn. Er nimmt Anlauf und startet oben mit der Geschwindigkeit 5,0m/s. Dann lässt er sich ohne weitere Anstrengung einfach die Bahn hinabrollen.



   a) Welche Geschwindigkeit erreicht Peter ganz unten und am Ende der Bahn, wenn man jegliche Reibung vernachlässigt?
   b) Wie groß ist Peters Endgeschwindigkeit, wenn er auf Grund von Reibungseffekten 20 % seiner Anfangsenergie „verliert“?

6. Ein Artist (mit der Masse 72 kg) springt aus einer Höhe von 2,50m auf ein Schleuderbrett.
   a) Wie hoch wird sein Partner (mit 56 kg) höchstens geschleudert?
   b) Für den Bau einer Menschenpyramide muss der Partner 4,0 m hoch geschleudert werden.
   Mache Vorschläge, wie man das erreichen kann!



G. Rasch, November 2006

Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Energieerhaltungssatz * Lösungen

1. a) $E_{ges} = E_{pot,oben} = E_{kin,unten} \quad \Rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{unten})^2 \quad \Rightarrow \quad (v_{unten})^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow$

$$(v_{unten})^2 = 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}12m \quad \Rightarrow \quad (v_{unten})^2 = 2{,}352 \frac{m^2}{s^2} \quad \Rightarrow \quad v_{unten} = \sqrt{2{,}352} \frac{m}{s} \approx 1{,}5 \frac{m}{s}$$

b) Wegen $h \sim v^2$ gehört zur doppelten (d.h. zweifachen) Geschwindigkeit die vierfache (d.h. die 2^2 – fache = 4 – fache) Höhe. Die Kugel müsste also 4 · 12cm = 48 cm nach oben ausgelenkt werden.

2. a) $E_{ges} = E_{pot,oben} = E_{kin,unten} \quad \Rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{unten})^2 \quad \Rightarrow \quad (v_{unten})^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow$

$$(v_{unten})^2 = 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 10m \quad \Rightarrow \quad (v_{unten})^2 = 196 \frac{m^2}{s^2} \quad \Rightarrow \quad v_{unten} = \sqrt{196} \frac{m}{s} = 14 \frac{m}{s} \approx 50 \frac{km}{h}$$

b) Wegen $h \sim v^2$ gehört zur halben Geschwindigkeit nur ein Viertel der Höhe.
Peter müsste also aus 2,5m Höhe springen, um mit 25 km/h ins Wasser einzutauchen.

c) Nach einer Fallhöhe von 2,5m hat Peter die Hälfte der Geschwindigkeit.
Beim Sprung vom 10m-Turm erreicht Peter diese Geschwindigkeit also 7,5m über dem Wasser.

3. a) $$D = \frac{F}{s} = \frac{m \cdot g}{s} = \frac{0{,}50kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}}{0{,}040m} = 122{,}5 \frac{N}{m} = 1{,}225 \frac{N}{cm} \approx 1{,}2 \frac{N}{cm}$$

b) $$E_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \frac{N}{cm} \cdot (5{,}0cm)^2 = 15\,Ncm = 0{,}15\,Nm = 0{,}15\,J$$

$$E_{gesamt,\,unten} = E_{gesamt,\,oben} \quad \Leftrightarrow \quad E_{sp,unten} = E_{pot,oben} \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}15\,J = m \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$h = \frac{0{,}15\,J}{m \cdot g} = \frac{0{,}15 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}}{0{,}020\,kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} = 0{,}765...m \approx 77\,cm \;\Leftrightarrow\; \text{77cm fliegt die Kugel hoch.}$$

c)

$$E_{sp,\,halbe\,Strecke} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\frac{1}{2} \cdot s)^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \frac{1}{4} \cdot s^2 = \frac{1}{4} \cdot E_{sp,\,ganze\,Strecke} \quad \textit{und wegen} \quad E_{pot} \sim h \quad \Rightarrow$$

die Kugel fliegt damit nur $\frac{1}{4}$ so hoch wie vorher. $h_{neu} = \frac{1}{4} \cdot h_{alt} = \frac{1}{4} \cdot 77\,cm \approx 19\,cm$

4. a) Die kinetische Energie beim Abwurf wandelt sich vollständig in Höhenenergie um. Nachdem der Ball seine maximale Höhe von 8,8m erreicht hat, wandelt sich die Höhenenergie beim Herabfallen wieder in kinetische Energie um.

b) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{Abwurf})^2 = m \cdot g \cdot (h - h_o) \quad \Rightarrow \quad (v_{Abwurf})^2 = 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (8{,}8m - 1{,}6m) \quad \Rightarrow$

$$(v_{Abwurf})^2 = 141{,}12 \frac{m^2}{s^2} \quad \Rightarrow \quad v_{Abwurf} = \sqrt{141{,}12} \frac{m}{s} = 11{,}879... \frac{m}{s} \approx 12 \frac{m}{s}$$

c) $E_{ges} = E_{pot,oben} = m \cdot g \cdot (h - h_o) = E_{pot}(\text{in 5m Höhe}) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow$

$$m \cdot g \cdot (h - h_o) = m \cdot g \cdot (5{,}0m - h_o) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad g \cdot (h - h_o) = g \cdot (5{,}0m - h_o) + \frac{1}{2} \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \quad g \cdot (8{,}8m - 1{,}6m) = g \cdot (5{,}0m - 1{,}6m) + \frac{1}{2} \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot 7{,}2m - g \cdot 3{,}4m \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot 3{,}8m \quad \Rightarrow \quad v^2 = 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}8m \quad \Rightarrow \quad v^2 = 74{,}48 \frac{m^2}{s^2} \quad \Rightarrow$$

$v = \sqrt{74{,}48} \frac{m}{s} = 8{,}63... \frac{m}{s} \approx 8{,}6 \frac{m}{s}$ beträgt die Geschwindigkeit in 5,0m Höhe.

5. a) $E_{gesamt,\,oben} = E_{gesamt,\,unten}$ und

$$E_{gesamt,\,oben} = E_{pot,\,oben} + E_{kin,\,oben} = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{oben}{}^2 =$$

$$= 50kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}0m + \frac{1}{2} \cdot 50kg \cdot 25\frac{m^2}{s^2} = 2095\,J \approx 2{,}1kJ$$

$$E_{gesamt,\,oben} = E_{gesamt,\,unten} = E_{kin,\,unten} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{unten}{}^2 \Rightarrow$$

$$2095\,J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{unten}{}^2 \Leftrightarrow v_{unten}{}^2 = \frac{2 \cdot 2095\,J}{50kg} \Leftrightarrow v_{unten}{}^2 = 83{,}8\frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow$$

$$v_{unten} = 9{,}15...\frac{m}{s} \approx 9{,}2\frac{m}{s}$$

$$E_{gesamt,\,oben} = E_{gesamt,\,Ende} = E_{pot,\,Ende} + E_{kin,\,Ende} \Rightarrow$$

$$2095\,J = m \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow 2095\,J = 50kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}0m + 25kg \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow$$

$$2095\,J - 980\,J = 25kg \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow v_{Ende}{}^2 = \frac{2095\,J - 980\,J}{25\,kg} = 44{,}6\frac{m^2}{s^2}$$

$$v_{Ende} = \sqrt{44{,}6\frac{m^2}{s^2}} = 6{,}678...\frac{m}{s} \approx 6{,}7\,\frac{m}{s}$$

b) $E_{gesamt,\,oben} = 2095\,J$; wegen Reibung gehen "verloren" $20\%\,von\ 2095\,J = 419\,J$;

Damit verleiben bei Aufgaben b nur mehr $E_{gesamt} = 1095\,J - 419\,J = 1676\,J$

$$1676\,J = m \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow 1676\,J = 50kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}0m + 25kg \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow$$

$$1676\,J - 980\,J = 25kg \cdot v_{Ende}{}^2 \Leftrightarrow v_{Ende}{}^2 = \frac{1676\,J - 980\,J}{25\,kg} = 27{,}84\frac{m^2}{s^2}$$

$$v_{Ende} = \sqrt{27{,}84\frac{m^2}{s^2}} = 5{,}276...\frac{m}{s} \approx 5{,}3\,\frac{m}{s}$$

6. a) Die potenzielle Energie des Artisten 1 wird insgesamt in die potentielle Energie des Artisten 2 umgewandelt, wenn man alle Reibungs- und Verformungseffekte vernachlässigt. Also gilt:

$$\mathrm{E_{pot,Artist1} = E_{pot,Artist2} \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot h_1 = m_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow}$$

$$\mathrm{h_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot h_1 = \frac{72\,kg}{56\,kg} \cdot 2{,}50\,m = \frac{9}{7} \cdot 2{,}50m \approx 3{,}2\,m}$$

b) Es gilt $\mathrm{m_1 \cdot h_1 = m_2 \cdot h_2}$

Artist 1 könnte aus größerer Höhe h_1 abspringen! Diese neue Höhe h_1 sollte
$\mathrm{h_1 = \frac{m_2 \cdot h_2}{m_1} = \frac{7}{9} \cdot 4{,}0m \approx 3{,}1m}$ betragen.

Wenn Artist 1 seine Absprunghöhe von 2,5m beibehält, könnte er seine Masse m_1 mit Zusatzgewichten vergrößern. $\mathrm{m_1 = \frac{m_2 \cdot h_2}{h_1} = \frac{56\,kg \cdot 4{,}0m}{2{,}5\,m} = 89{,}6kg \approx 90\,kg}$

Artist 1 könnte also z.B. einen Bleigürtel der Masse 90kg – 72kg = 18kg anlegen.