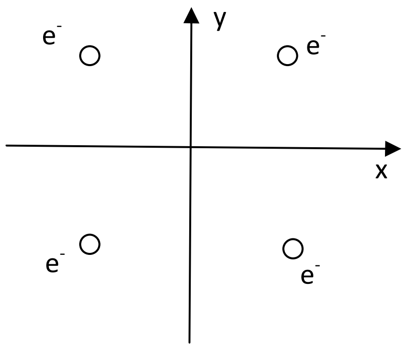
Physik * Jahrgangsstufe 11 * Aufgaben zum statischen elektrischen Feld

1. Vier Elektronen sollen zu einem Quadrat der Kantenlänge $a = 2{,}0 \cdot 10^{-10} m$ angeordnet werden, wobei sich der Mittelpunkt des Quadrats im Ursprung des x-y-Koordinaten-systems befinden soll (siehe Bild).



   a) Welcher Energiebetrag ist erforderlich, um die vier Elektronen aus sehr großer Entfernung zu der abgebildeten Anordnung zusammen zu bringen? Gehen Sie schrittweise vor! Die Elektronen sollen anschließend an ihren Positionen (durch welche Kraft auch immer) „festgehalten“ bleiben.
   Geben Sie die benötigte Energie sowohl in der Einheit Joule (J) als auch in der Einheit Elektronenvolt (eV) an.

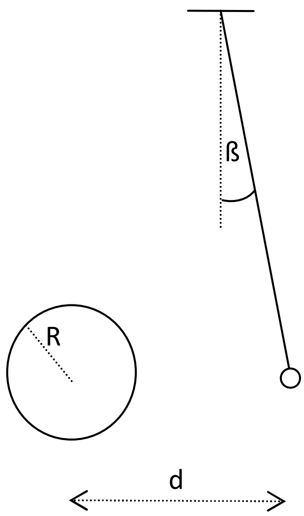
   b) Welches Potential haben bei dieser Anordnung die Punkte A(0/0) , $B(1{,}0 \cdot 10^{-10} m \,/\, 0)$ und $C(0 /\, 1{,}0 \cdot 10^{-10} m\,)$?

   c) Welche Arbeit ist erforderlich, um ein weiteres Elektron
      c1) aus großer Entfernung zum Punkt A zu transportieren?
      c2) aus großer Entfernung zum Punkt B zu transportieren?
      c3) vom Punkt A zum Punkt B zu transportieren.

   d) Wie groß ist die Kraft, die auf das Elektron im vierten Quadranten wirkt?
   Welche Beschleunigung erfährt dieses Elektron, wenn es nicht mehr „festgehalten“ wird und sich frei bewegen kann?
   Welche maximale Endgeschwindigkeit erreicht dieses Elektron dann?

   e) Versuchen Sie ein stimmiges Feldlinienbild der Anordnung zu skizzieren. (Schwierig!)
   Tragen Sie auch einige Äquipotentiallinien ein.
   Gibt es Punkte mit der Feldstärke 0 ?

2. Eine Metallkugel mit dem Radius R = 10cm wird mit einer Spannung U = 5,0kV aufgeladen. Im Abstand d = 30cm befindet sich eine sehr kleine, metallisierte Kugel (Masse 1,0g), die an einem Faden der Länge 1,2m hängt. Diese Kugel trägt eine Ladung q und wurde deshalb um $ß = 0{,}35^o$ ausgelenkt (siehe Bild!). Bestimmen Sie aus diesen Angaben die Größe der Ladung q .



Angaben für beide Aufgaben:

$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} As$; $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} kg$

Aufgaben im Buch: Seite 27 / Nr. 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
Seite126 / 5 Aufgaben zum Kapitel 1

Physik * Jahrgangsstufe 11 * Aufgaben zum statischen elektrischen Feld * Lösungen

1. a) Arbeit für erstes Elektron: $W_1 = 0$

Arbeit für zweites Elektron: $W_2 = \varphi_e(a)\cdot(-e) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)}{a}\cdot(-e) = 1{,}15\cdot 10^{-18}J = 7{,}19\,eV$

Arbeit für drittes Elektron: $W_3 = \varphi_e(a)\cdot(-e) + \varphi_e(\sqrt{2}\,a)\cdot(-e) =$

$1{,}15\cdot 10^{-18}J\cdot(1+\frac{1}{\sqrt{2}}) = 1{,}96\cdot 10^{-18}J = 12{,}3\,eV$

Arbeit für viertes Elektron: $W_4 = 2\cdot\varphi_e(a)\cdot e + \varphi_e(\sqrt{2}\,a)\cdot e = \frac{2}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{e}{a}\cdot e + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{e}{\sqrt{2}\,a}\cdot e =$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)}{a}\cdot(-e) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)}{\sqrt{2}\,a}\cdot(-e) = 1{,}15\cdot 10^{-18}J\cdot(2+\frac{1}{\sqrt{2}}) = 3{,}11\cdot 10^{-18}J = 19{,}5\,eV$$

$W_{ges} = W_2 + W_3 + W_4 = 6{,}2\cdot 10^{-18}J = 39\,eV$

(39 eV entspricht damit der potentiellen Energie der Ladungsverteilung.)

b) Jede der vier Ladungen trägt zum Potential bei A bei. Die einzelnen Potentiale werden einfach addiert:

$$\varphi_A = 4\cdot\varphi_e(\frac{\sqrt{2}}{2}a) = 4\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)}{0{,}5\sqrt{2}\,a} = -40{,}7V$$

Beachte: Jedes Elektron hat von A den Abstand $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,a$.

B hat von zwei Elektronen den Abstand 0,5 a und von den beiden anderen Elektronen den Abstand $0{,}5\sqrt{5}\,a$ (Pythagoras), also

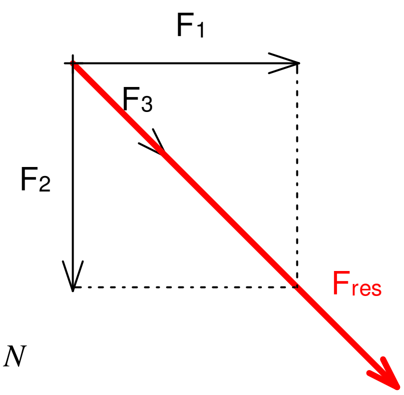
$$\varphi_B = 2\cdot\varphi_e(0{,}5\,a) + 2\cdot\varphi_e(0{,}5\sqrt{5}\,a) = 2\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)}{a}\left(\frac{1}{0{,}5}+\frac{1}{0{,}5\sqrt{5}}\right) = -41{,}6V \quad \text{und} \quad \varphi_C = \varphi_B$$

c1) $W = \varphi(A)\cdot(-e) = 40{,}7\,eV$ (Arbeit muss aufgewandt werden.)

c2) $W = \varphi(B)\cdot(-e) = 41{,}6\,eV$ (Arbeit muss aufgewandt werden.)

c3) $W_{AB} = \left(\varphi(B) - \varphi(A)\right)\cdot(-e) = +0{,}9\,eV$ (Arbeit muss aufgewandt werden.)

d) Vektoraddition der wirkenden Kräfte:



$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)\cdot(-e)}{a^2} = F_2$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)\cdot(-e)}{\left(\sqrt{2}\,a\right)^2} = \frac{1}{2}F_1$$

$$F_{res} = \sqrt{2}\cdot F_1 + F_3 = \left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(-e)\cdot(-e)}{a^2} = 1{,}1\cdot 10^{-8}N$$

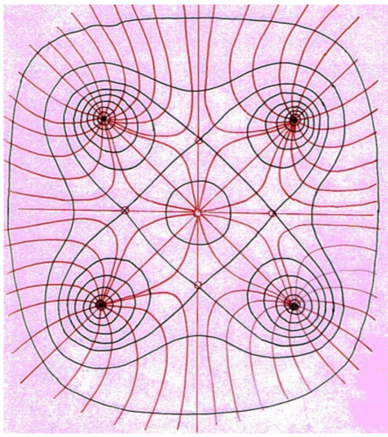
$$F = a \cdot m \;\Rightarrow\; a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-8}\,N}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg} = 1{,}2 \cdot 10^{22}\,\frac{m}{s^2}$$

Die Beschleunigung ist natürlich nicht konstant und nimmt mit der Entfernung ab!

Die Endgeschwindigkeit in großer Entfernung ergibt sich aus dem Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2} m v^2 = W_{pot} = W_4 = 3{,}11 \cdot 10^{-18}\,J \;\;(aus\ 1a) \;\;\Rightarrow\;\; v = \sqrt{\frac{2W_{pot}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}11 \cdot 10^{-18}\,J}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg}} = 2{,}6 \cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}$$

e) Der „feldfreie“ Punkt im Ursprung ist leicht zu erkennen, die weiteren vier feldfreien Punkte dagegen nur sehr schwer.
(Die „seltsamen“ Äquipotentiallinien um den Ursprung herum sind daher kaum ohne ausführliche Rechnung zu erkennen.)



2. Aus $\varphi(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{Q}{R}$ und $\varphi(R) = U = 5{,}0\,kV$ folgt für die Ladung Q auf der großen Kugel: $Q = \varphi(R) \cdot 4\pi\varepsilon_o \cdot R = 5{,}0 \cdot 10^3 V \cdot 4\pi\varepsilon_o \cdot 0{,}10\,m = 5{,}6 \cdot 10^{-8}\,As$

Aus dem Kraftdiagramm folgt mit

$$F_g = m\,g \quad \text{und} \quad F_{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{Q \cdot q}{d^2} \quad \text{und} \quad \tan(\beta) = \frac{F_{el}}{F_g}$$

$$q = \frac{4\pi\varepsilon_o \cdot d^2 \cdot \tan(\beta) \cdot mg}{Q} =$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_o \cdot (0{,}30m)^2 \cdot \tan(0{,}35^o) \cdot 0{,}001kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}{5{,}6 \cdot 10^{-8}\,As} = 1{,}1 \cdot 10^{-8}\,As$$