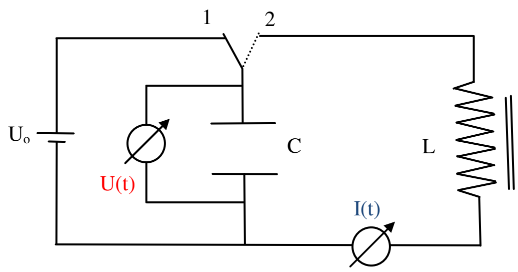
Q11 * Physik * Elektrischer Schwingkreis

Für die Schwingungsdauer T eines elektrischen Schwingkreises mit der Induktivität L und der Kapazität C gilt: $\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{C \cdot L}}$

1. Für den abgebildeten Schwingkreis gilt:

   $L = 580\,H$ und $C = 50\mu F$ und $U_o = 80V$
   Zum Zeitpunkt $t = 0\,s$ wird der Schalter von Stellung 1 in Stellung 2 gebracht.



   a) Bestimmen Sie die Schwingungsdauer und die Frequenz der auftretenden Schwingung. Zu welchen Zeitpunkten ist die Stromstärke durch die Spule maximal?

   b) Wie groß ist die maximal Stromstärke durch die Spule, wenn man die Dämpfung nicht berücksichtigt?

   c) Geben Sie die Ladung $Q = Q(t)$ auf der „oberen Kondensatorplatte" als Funktion der Zeit an, wenn die Dämpfung nicht berücksichtigt wird. Wie lautet die entsprechende Funktion für die Stromstärke $I(t)$?

   d) Pro Schwingungsdauer „verliert" der Schwingkreis 25% seiner elektrischen Gesamtenergie durch die Dämpfung. Welche Ladung befindet sich auf der oberen Kondensatorplatte nach genau 2 Schwingungsdauern?

2. Ein Schwingkreis hat die Induktivität 10 mH und die Kapazität 10 pF.
   Die Spule wird durch eine andere mit der Induktivität 0,50 mH ersetzt. Welche Kapazität muss jetzt verwendet werden, damit sich die Schwingungsdauer nicht ändert?
   (0,20 nF ; 2,0 µs)

3. Eine Spule der Induktivität 0,25 mH soll mit einem Kondensator einen Schwingkreis mit der Eigenfrequenz 800 kHz ergeben.
   Bestimmen Sie den passenden Wert der Kapazität des Kondensators.
   (0,16 nF)

4. Ein Kondensator mit 50 pF und eine Spule sollen einen Schwingkreis mit der Eigenfrequenz 800 kHz ergeben. Wie groß muss die Induktivität der Spule sein?
   (0,79 mH)

5. Die Kapazität eines Drehkondensators (siehe Bild) variiert von 50 pF bis 200 pF . Es soll damit ein Schwingkreis aufgebaut werden, dessen kleinste Eigenfrequenz 530 kHz betragen soll.
   Welche Induktivität ist dafür erforderlich?
   Welche höchste Eigenfrequenz lässt sich damit erreichen?
   (0,45 mH ; 1,06 MHz)

Q11 * Physik * Elektrischer Schwingkreis * Lösungen

1. a) $T = 2\pi \cdot \sqrt{C \cdot L} = 2\pi \cdot \sqrt{50 \cdot 10^{-6} F \cdot 580 H} = 1{,}07 s$ und $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}07 s} = 0{,}93 Hz$

   maximale Stromstärke für $t = \frac{1}{4}T + \frac{n}{2}T = \frac{2+n}{4} \cdot T$ mit $n = 1, 2, 3, ...$

   b) Energieerhaltung: $\frac{1}{2} \cdot C \cdot U_o^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_m^2 \Rightarrow I_m^2 = \frac{C \cdot U_o^2}{L} \Rightarrow$

   $I_{max} = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U_o = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-6} F}{580 H}} \cdot 80V = 23 mA$

   c) $Q(t) = Q_m \cdot \cos(\frac{2\pi \cdot t}{T})$ mit $Q_m = C \cdot U_o = 50 \cdot 10^{-6} F \cdot 80 V = 4{,}0 \cdot 10^{-3} As$

   $I(t) = I_m \cdot \sin(\frac{2\pi \cdot t}{T})$ mit $I_m = 23 mA$

   d) Nach zwei Schwingungsdauern sind noch $0{,}75 \cdot 0{,}75 = \frac{9}{16}$ der Ausgangsenergie vorhanden.

   Wegen $E_{ges} \sim Q_m^2$ folgt $\frac{Q_{m,2}^2}{Q_m^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{Q_{m,2}}{Q_m} = \frac{3}{4} \Rightarrow Q_{m,2} = 0{,}75 \cdot Q_m = 3{,}0 mAs$

2. $2\pi \cdot \sqrt{C_1 \cdot L_1} = T = 2\pi \cdot \sqrt{C_2 \cdot L_2} \Rightarrow C_1 \cdot L_1 = C_2 \cdot L_2 \Rightarrow C_2 = C_1 \cdot \frac{L_1}{L_2} = 10pF \cdot \frac{10}{0{,}50} = 0{,}20 nF$

   $T = 2\pi \cdot \sqrt{C_1 \cdot L_1} = 2\pi \cdot \sqrt{10 \cdot 10^{-12} F \cdot 0{,}010 H} = 2{,}0 \cdot 10^{-6} s = 2{,}0 \mu s$

3. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{C \cdot L}} \Rightarrow C = \frac{1}{(2\pi f)^2 \cdot L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 800 \cdot 10^3 Hz)^2 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3} H} = 1{,}6 \cdot 10^{-10} F = 0{,}16 nF$

4. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{C \cdot L}} \Rightarrow L = \frac{1}{(2\pi f)^2 \cdot C} = \frac{1}{(2\pi \cdot 800 \cdot 10^3 Hz)^2 \cdot 50 \cdot 10^{-12} F} = 7{,}9 \cdot 10^{-4} H = 0{,}79 mH$

5. Wegen $f \sim \frac{1}{\sqrt{C}}$ gehört zur kleinsten Frequenz die größte Kapazität, also

   $L = \frac{1}{(2\pi f)^2 \cdot C_{min}} = \frac{1}{(2\pi \cdot 530 \cdot 10^3 Hz)^2 \cdot 200 \cdot 10^{-12} F} = 0{,}45 mH$

   $f_{max} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{C_{min} \cdot L}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{50 \cdot 10^{-12} F \cdot 0{,}00045 H}} = 1{,}06 MHz$