

Q12 * Mathematik * Vermischte Aufgaben zum Probeabitur

Analysis

1. Das Rechteck ABCD mit $A(1|0)$, $B(4|0)$, $C(4|2)$ und $D(1|2)$ wird durch den Graphen der in \mathbb{R}_0^+ definierten Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x}$ in zwei Teilflächen zerlegt.
Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte der beiden Teilflächen.

Analytische Geometrie

2. Gegeben sind die Punkte $S(4/2/1)$, $T(-2/5/7)$ und $C(5/-3/9)$.
Bestimmen Sie zwei Punkte A und B auf der Geraden $g = ST$ so, dass das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig ist,
 - a) mit dem rechten Winkel beim Punkt C ,
 - b) mit dem rechten Winkel beim Punkt A .
3. Gegeben sind die Punkte $A(0/0/0)$, $B(-3/1/4)$, $C(2/-4/4)$ und $D(5/-5/0)$.
 - a) Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm aber kein Rechteck ist.
 - b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M und den Radius r eines Kreises mit dem Durchmesser $[AC]$.

Stochastik

4. In den Urnen U_1 und U_2 befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden.
 U_1 enthält sechs rote und vier blaue Kugeln,
 U_2 enthält eine rote und vier blaue Kugeln,
 - a) Aus Urne 1 werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden Kugeln gleiche Farbe?
 - b) Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser Urne wird dann eine Kugel gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gezogene Kugel aus Urne 1 stammt.



Q12 * Mathematik * Vermischte Aufgaben zum Probeabitur * Lösungen

Analysis

$$1. F_1 = \int_1^4 \sqrt{x} \, dx = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} \quad \text{und} \quad F_2 = 3 \cdot 2 - F_1 = \frac{4}{3} \quad \text{also} \quad F_1 : F_2 = 7:2$$

Analytische Geometrie

2. Projektion von \overline{SC} auf \overline{ST} liefert den Fußpunkt F des Lots von C auf ST.

$$\vec{F} - \vec{S} = \overline{SF} = \frac{\overline{SC} \circ \overline{ST}}{\overline{ST} \circ \overline{ST}} \cdot \overline{ST} = \frac{1}{3} \cdot \overline{ST} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow F(2/3/3)$$

$$\overline{FC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overline{FC} \circ \overline{ST} = 9$$

$$a) \vec{A} = \vec{F} - \overline{ST} \Rightarrow A(8/0/-3) \quad \text{und} \quad \vec{B} = \vec{F} + \overline{ST} \Rightarrow B(-4/6/9)$$

$$b) A = F(2/3/3) \quad \text{und} \quad \vec{B} = \vec{F} + \overline{ST} \Rightarrow B(-4/6/9)$$

$$3. a) \overline{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overline{DC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow ABCD \text{ ist Parallelogramm}$$

$$\overline{AD} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overline{AD} \circ \overline{AB} = -15 - 5 \neq 0 \Rightarrow \overline{AD} \not\perp \overline{AB} \Rightarrow ABCD \text{ ist kein Rechteck.}$$

$$b) \vec{M} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{A} + \vec{C}) \Rightarrow M(1/-2/2) \quad \text{und} \quad r = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

Stochastik

$$4. a) P(\text{"gleiche Farbe"}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{7}{15}$$

$$b) P_{\text{rot}}(U_1) = \frac{P(U_1 \cap \text{rot})}{P(\text{rot})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{3}{4} = 75\%$$

