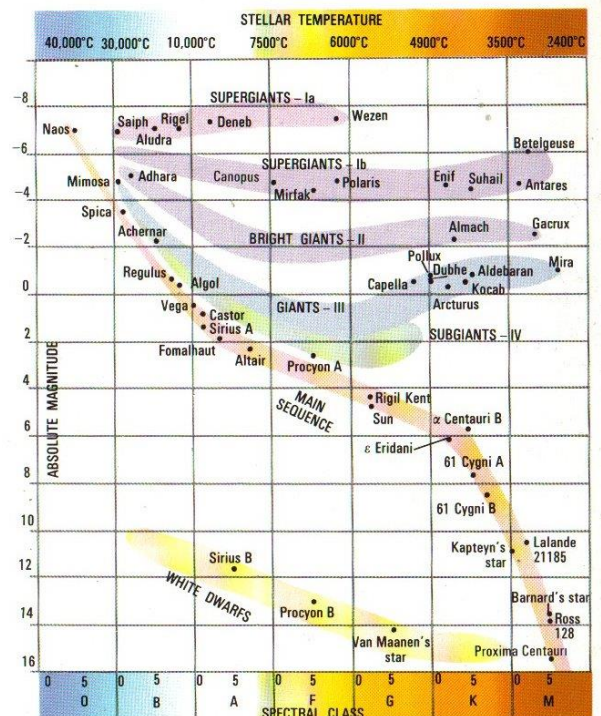


Q12 * Astrophysik ph₂ * Klausur am 24.03.2014

- Etwa 60 - 70% der Sterne unserer Milchstraße sind Doppelstern- oder Mehrfachsysteme.
 - Man unterscheidet 4 unterschiedliche Arten von Doppelsternsystemen. Benennen Sie diese 4 unterschiedlichen Typen.
 - Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Mehrfachsternensystem. Die Komponenten Aa und Ab umrunden dabei einander in 104 Tagen in einem Abstand von $1,15 \cdot 10^{11}$ m. Bestimmen Sie aus diesen Daten die Gesamtmasse des Systems in Vielfachen der Sonnenmasse.
 - Die relative Linienverschiebung $\Delta \lambda : \lambda$ der H α -Linie unterscheidet sich für Aa und Ab kaum. Der Wert von $\Delta \lambda : \lambda$ für Aa beträgt etwa 93% des entsprechenden Wertes für Ab. Bestimmen Sie nun die Masse der Komponente Aa in Vielfachen der Sonnenmasse.

- Altair ist der hellste Stern im Sternbild Adler. Seine scheinbare Helligkeit beträgt 0,76, die jährliche Parallaxe hat den Wert 0,195".

- Bestimmen Sie die Entfernung von Altair in den Einheiten parsec und Lichtjahren.
- Bestimmen Sie die absolute Helligkeit von Altair und vergleichen Sie mit dem Wert im abgebildeten HRD.
- Bestimmen Sie die Leuchtkraft von Altair in Vielfachen der Sonnenleuchtkraft.
- Schätzen Sie den Radius von Altair in Vielfachen des Sonnenradius R_{\odot} ab. Welchen Wert müssen Sie zu diesem Zweck dem abgebildeten HRD entnehmen?
- Schätzen Sie die Masse von Altair in Vielfachen der Sonnenmasse ab. Welche Information müssen Sie dafür dem abgebildeten HRD entnehmen?
- Schätzen Sie ab, wie lange Altair ein Hauptreihenstern bleibt. Welche nächste Entwicklungsstufe hat Altair dann zu erwarten?



Längeneinheiten: $1,00 \text{ pc} = 3,26 \text{ Lj} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Gravitationskonstante: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Daten der Sonne: absolute Helligkeit $M_{\odot} = 4,8$ Masse $m_{\odot} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
 Oberflächentemperatur $T_{\odot} = 5800 \text{ K}$

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	d	e	f	Summe
Punkte	4	4	4	2	3	3	4	3	4	31



Gutes Gelingen! G.R.

Q12 * Astrophysik ph2 * Klausur am 24.03.2014 * Lösung

1. a) Man unterscheidet visuelle, astrometrische, photometrische und spektroskopische Doppelsterne.

$$b) \omega^2 = G \cdot \frac{m_{Aa} + m_{Ab}}{d^3} \Rightarrow m_{Aa} + m_{Ab} = \frac{\omega^2 \cdot d^3}{G} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G} =$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,15 \cdot 10^{11})^3}{(104 \cdot 24 \cdot 3600s)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} m^3 / (kg \cdot s^2)} = 11,148... \cdot 10^{30} kg = \frac{11,148...}{2,0} \cdot m_{\odot} = 5,6 m_{\odot}$$

$$c) \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \text{und} \quad \frac{v_{Aa}}{v_{Ab}} = \frac{r_{Aa}}{r_{Ab}} = \frac{m_{Ab}}{m_{Aa}} \Rightarrow 0,93 = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_{Aa} : \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_{Ab} = \frac{m_{Ab}}{m_{Aa}} \Rightarrow m_{Ab} = 0,93 \cdot m_{Aa} \Rightarrow$$

$$m_{Ab} = 0,93 \cdot m_{Aa} \quad \text{und} \quad m_{ges} = 1,93 \cdot m_{Aa} \Rightarrow m_{Aa} = \frac{5,6 \cdot m_{\odot}}{1,93} = 2,9 m_{\odot}$$

$$2. a) r = \frac{1''}{p} \cdot pc = \frac{1''}{0,195''} \cdot pc = 5,13 pc = 16,7 Lj$$

$$b) m - M = 5 \cdot \lg \frac{r}{10 pc} \Rightarrow M = m - 5 \cdot \lg \frac{5,13 pc}{10 pc} = 0,76 - (-1,45) = 2,21 \text{ (passt zum HRD)}$$

$$c) M_A - M_{\odot} = -2,5 \cdot \lg \frac{L_A}{L_{\odot}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_{\odot}} = 10^{\frac{M_A - M_{\odot}}{-2,5}} = 10^{\frac{4,8 - 2,21}{-2,5}} = 10,86... \Rightarrow L_A = 11 L_{\odot}$$

d) Die Oberflächentemperatur von Altair ist dem HRD zu entnehmen. $T_A \approx 8000K$ und

$$L = \sigma \cdot A \cdot T^4 = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4 \Rightarrow \frac{R_A^2 T_A^4}{L_A} = \frac{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4}{L_{\odot}} \Rightarrow$$

$$R_A = R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L_A}{L_{\odot}} \cdot \frac{T_{\odot}^2}{T_A^2}} = \sqrt{11} \cdot \frac{5800^2}{8000^2} \cdot R_{\odot} \approx 1,7 R_{\odot}$$

e) Altair ist ein Hauptreihenstern. Es gilt damit die Masse-Leuchtkraft-Beziehung $L \sim m^3$.

$$\text{Also } \frac{L_A}{L_{\odot}} = \frac{m_A^3}{m_{\odot}^3} \Rightarrow m_A = \sqrt[3]{\frac{L_A}{L_{\odot}}} \cdot m_{\odot} = \sqrt[3]{11} \cdot m_{\odot} \approx 2,2 \cdot m_{\odot}$$

f) Die „Lebenserwartung“ τ auf der Hauptreihe ist proportional zur Masse m („Brennmaterial“) und umgekehrt proportional zur Strahlungsleistung, d.h. Leuchtkraft L . Daher gilt

$$\tau \sim \frac{m}{L} \sim \frac{m}{m^3} = \frac{1}{m^2} \quad \text{und wegen } \tau_{\odot} \approx 10 \cdot 10^9 \text{ a folgt daher}$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_{\odot}} = \frac{m_{\odot}^2}{m_A^2} \Rightarrow \tau_A = \frac{m_{\odot}^2}{m_A^2} \cdot \tau_{\odot} = \frac{1}{2,2^2} \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ a} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ a}$$

Altair wird zum „Roten Riesen“ werden.

