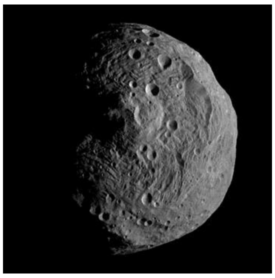
Q12 * Astronomie * Aufgaben zu den Kepler - Gesetzen

1. Die synodische Umlaufdauer des Planeten Jupiter beträgt 398,9 Tage.
   a) Berechnen Sie die große Halbachse der Jupiterbahn in AE.
   b) Berechnen Sie den minimalen und maximalen Abstand zwischen Jupiter und der Erde in Lichtminuten. (Fertigen Sie dazu eine Skizze an!)

2. Merkur hat eine siderische Umlaufdauer von 0,241 Jahren, seine numerische Exzentrizität beträgt 0,206.
   a) Berechnen Sie die Aphel- und die Periheldistanz Merkurs. Um wie viel Prozent nimmt der Abstand Merkurs von der Sonne während eines Umlaufs maximal zu?
   b) Merkur wird von der Erde aus beobachtet. Wie groß ist dabei der maximale Winkelabstand Merkurs von der Sonne (so genannte maximale Elongation des Merkurs)?

3. Im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter befindet sich der Asteroid Vesta, der im Juli 2011 von der Raumsonde Dawn fotografiert wurde (siehe Bild).
   Die siderische Umlaufdauer beträgt 3a 230d und Vesta nähert sich der Sonne dabei bis auf den minimalen Abstand von 2,1526 AE.
   Bestimmen Sie die numerische Exzentrizität von Vesta.
   Welchen maximalen Abstand von der Sonne erreicht Vesta?



4. Seit mehr als 2000 Jahren beobachtet man den regelmäßig wiederkehrenden Halleyschen Kometen. Im Jahr 1986 durchlief er den Perihel seiner Bahn und hatte dabei einen Abstand von 90 Millionen Kilometern. Erst im Jahr 2062 wird er wieder diesen sonnennächsten Punkt seiner Umlaufbahn erreichen.
   a) Bestimmen Sie die große Halbachse seiner Umlaufbahn in Vielfachen der AE.
   b) Bestimmen Sie den größten Abstand des Kometen von der Sonne im Aphel.
   c) Für Experten:
      Schätzen Sie ab, um wie viel Prozent sich die Geschwindigkeit des Kometen bei seinem Weg vom Aphel zum Perihel vergrößert.

5. Der Komet Tempel-Tuttle wurde 1865 von Ernst Wilhelm Leberecht Tempel und unabhängig davon 1866 von Horace Parnell Tuttle entdeckt.
   Die letzten beiden Periheldurchgänge dieses Kometen wurden am 28.02.1998 und am 02.12.1964 beobachtet. Die Periheldistanz des Kometen betrug dabei 0,976 AE.
   a) Berechnen Sie die Apheldistanz des Kometen Tempel-Tuttle.

   Jedes Jahr um den 17. November kreuzt die Erde die Bahn des Kometen Tempel-Tuttle. Von der Erde aus kann man dabei den Meteorstrom der so genannten Leoniden beobachten. Alle 33 Jahre kommt es dabei zu einem besonderen Spektakel, denn die Anzahl der sichtbaren Leoniden-Meteore (Leoniden-Sternschnuppen) kann dabei bis zu mehreren 1000 pro Stunde betragen.
   b) Erklären Sie das Auftreten der Leoniden-Meteore und die starke Schwankung ihrer Anzahl. Wann etwa ist der nächste „Meteor-Sturm“ der Leoniden zu erwarten?

Q12 * Astronomie * Aufgaben zu den Kepler - Gesetzen * Lösungen

1. a) $\frac{1}{T_{Erde}} = \frac{1}{T_{sid}} + \frac{1}{T_{syn}} \Rightarrow \frac{1}{T_{sid}} = \frac{1}{365,25\,d} - \frac{1}{398,9\,d} = 2,309...\cdot 10^{-4}\,\frac{1}{d} \Rightarrow T_{sid,Jupiter} = 4330\,d$

$$\left(\frac{a_{Jupiter}}{a_{Erde}}\right)^3 = \left(\frac{T_{Jupiter}}{T_{Erde}}\right)^2 \Rightarrow a_{Jupiter} = a_{Erde}\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{T_{Jupiter}}{T_{Erde}}\right)^2} = 1\,AE\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{4330\,d}{365,25\,d}\right)^2} = 5,20\,AE$$

b) minimaler Abstand:

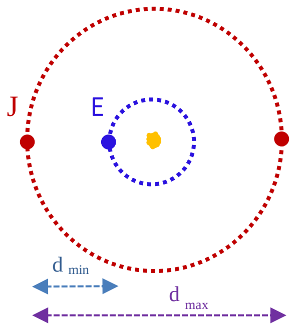
$$d_{min} = a_{Jupiter} - a_{Erde} = 4,20\,AE = 4,20\cdot\frac{150\cdot 10^9\,m}{3,0\cdot 10^8\,m}\,Ls =$$

$2100\,Ls = 35\,L\,min = 35$Lichtminuten

maximaler Abstand:

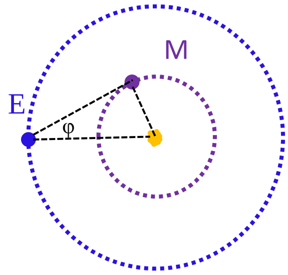
$$d_{min} = a_{Jupiter} + a_{Erde} = 6,20\,AE = 6,20\cdot\frac{150\cdot 10^9\,m}{3,0\cdot 10^8\,m}\,Ls =$$

$3100\,Ls = 52\,L\,min = 52$Lichtminuten



2. a) $\left(\frac{a_M}{a_E}\right)^3 = \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2 \Rightarrow a_M = 1\,AE\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{0,241\,a}{1,00\,a}\right)^2} = 0,387\,AE$

Bild zur Aufgabe b)



$$r_{Aphel} = (1+\varepsilon)\cdot a_M = 1,206\cdot 0,387\,AE = 0,467\,AE$$

$$r_{Perihel} = (1-\varepsilon)\cdot a_M = 0,794\cdot 0,387\,AE = 0,307\,AE$$

$$\frac{r_{Aphel}}{r_{Perihel}} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{1,206}{0,794} = 1,52$$

Beim Weg vom Perihel zum Aphel nimmt der Abstand des Merkur von der Sonne um ca. 52% zu.

b) $\sin\varphi = \frac{a_{Aphel,Merkur}}{a_{Erde}} = \frac{0,467\,AE}{1\,AE} = 0,467 \Rightarrow \varphi = 27,9^\circ$

Die maximale Elongation beträgt 27,9 °.

3. $\left(\frac{a_V}{a_E}\right)^3 = \left(\frac{T_V}{T_E}\right)^2 \Rightarrow a_V = 1\,AE\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{3a\,230\,d}{1,00\,a}\right)^2} = 1\,AE\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{1325,75\,d}{365,25\,a}\right)^2} = 2,362\,AE$

$$r_{Perihel} = (1-\varepsilon)\cdot a_V = 2,1526\,AE \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{2,1526\,AE}{2,362\,AE} = 0,0887$$

$$r_{Aphel} = (1+\varepsilon)\cdot a_V = 1,0887\cdot 2,362\,AE = 2,572\,AE$$

4. a) $T_{sid,Halley} \approx (2062 - 1986)\,a = 76\,a$

$$\left(\frac{a_H}{a_E}\right)^3 = \left(\frac{T_H}{T_E}\right)^2 \Rightarrow a_H = 1\,AE \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{76\ a}{1{,}0\,a}\right)^2} = 18\,AE$$

b) $r_{Perihel} = 90 \cdot 10^6\ km = \dfrac{90 \cdot 10^6\ km}{150 \cdot 10^6\ km}\ AE = 0{,}60\,AE$ und $r_{Perihel} = (1-\varepsilon) \cdot a_{Halley} \Rightarrow$

$$0{,}60\,AE = (1-\varepsilon) \cdot 18\,AE \Rightarrow 1-\varepsilon = \frac{0{,}60}{18} \Rightarrow \varepsilon = 0{,}97$$

$$r_{maximal} = r_{Aphel} = (1+\varepsilon) \cdot 18\,AE = 1{,}97 \cdot 18\,AE = 35\,AE$$

c) Nach dem 3. Keplerschen Gesetz (Flächensatz) gilt:

$$\frac{1}{2} \cdot r_{Perihel} \cdot v_{Perihel} \cdot 1d \approx \frac{1}{2} \cdot r_{Aphel} \cdot v_{Aphel} \cdot 1d \Rightarrow \frac{v_{Perihel}}{v_{Aphel}} \approx \frac{r_{Aphel}}{r_{Perihel}} = \frac{35\,AE}{0{,}60\,AE} = 58 = 5800\%$$

5. a) $T_{sid,T} = 1998a - 1965a + 31d + 28d + (31-2)d = 33a\,88d$

$$\left(\frac{a_T}{a_E}\right)^3 = \left(\frac{T_T}{T_E}\right)^2 \Rightarrow a_T = 1\,AE \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{33\,a\,88\,d}{1{,}0\,a}\right)^2} = 1\,AE \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{12141\,d}{365{,}25\,d}\right)^2} = 10{,}3\,AE$$

$r_{Perihel} = (1-\varepsilon) \cdot a_T = 0{,}976\,AE \Rightarrow \varepsilon = 1 - \dfrac{0{,}976\ AE}{10{,}3\ AE} = 0{,}905$ und

$$r_{Aphel} = (1+\varepsilon) \cdot a_T = 1{,}905 \cdot 10{,}3\,AE = 19{,}6\,AE$$

b) Da der Komet besonders in Sonnennähe eine große Menge seiner Substanz in Form von Gas, Staub und Gesteinsbrocken verliert, ist seine Umlaufbahn insbesondere in Sonnennähe von diesem Material übersät. Kreuzt die Erde die Umlaufbahn des Kometen unmittelbar nach dem Kometen, so kann man besonders viele Meteore beobachten.
Da der Komet ca. alle 33 Jahre in Sonnennähe und damit in die Nähe unserer Erdbahn kommt, ist der nächste Meteor-Sturm etwa im Jahr 1998 + 33 = 2031 zu erwarten.