

## Q12 \* Mathematik \* Signifikanztest

Ein Test, bei dem man für den Fehler 1. Art eine Obergrenze  $\alpha$  festlegt, heißt Signifikanztest. Für  $\alpha$  sind die Werte 5%, 2% und auch 1% üblich.

Man spricht dann von einem Test mit dem Signifikanzniveau  $\alpha$ .

Ein Signifikanztest wird folgendermaßen erstellt:

1. Stelle die Nullhypothese  $H_0$  auf.  
(Der Fehler 1. Art soll dabei der gravierende Fehler sein.  $H_0$  ist damit die Hypothese, die man möglichst ablehnen will.)
2. Wähle für den Signifikanztest die Stichprobenlänge  $n$  und das Signifikanzniveau  $\alpha$ .
3. Finde die Entscheidungsregel.
4. Führe den Test durch.  
Man hofft dabei, dass man die Nullhypothese ablehnen kann. Wenn das der Fall ist, hat man den Test auf dem Signifikanzniveau  $\alpha$  nachgewiesen.  
Die Aussage, dass  $H_0$  nicht zutrifft, hat damit die Sicherheit  $100\% - \alpha$ .

Gilt  $\bar{A} = \{ k+1, \dots, n \}$ , so heißt der Signifikanztest rechtsseitig,

gilt  $\bar{A} = \{ 1, 2, \dots, k \}$ , so heißt der Signifikanztest linksseitig,

und im Fall  $\bar{A} = \{ 1, 2, \dots, k_1 \} \cup \{ k_2 + 1, \dots, n \}$  spricht man von einem zweiseitigen Test.

Beispiel:

Ein Pharmakonzern will zeigen, dass ein Medikament in mehr als 90% der Fälle wirksam ist. Der Konzern erstellt dazu einen Signifikanztest mit dem Niveau  $\alpha = 5\%$ .

Die Stichprobenlänge soll  $n = 100$  betragen.

$H_0: p \leq 90\%$  mit  $A = \{ 0, 1, \dots, k \}$  und  $\bar{A} = \{ k+1, \dots, n \}$

$\alpha = 5\%$ , d.h.

$$P_{p \leq 0,90}^{100}(\bar{A}) \leq 5\% \Leftrightarrow P_{p \leq 0,90}^{100}(X \geq k+1) \leq 5\% \Leftrightarrow P_{p=0,90}^{100}(X \geq k+1) \leq 5\% \Leftrightarrow$$

$$1 - P_{p=0,90}^{100}(X \leq k) \leq 5\% \Leftrightarrow P_{p=0,90}^{100}(X \leq k) \geq 0,95 \Leftrightarrow k \geq 95$$

Um den Ablehnungsbereich  $\bar{A}$  möglichst groß zu machen, wählt man für  $A$  nun das kleinst mögliche  $k$ .

Entscheidungsregel:  $A = \{ 0, 1, \dots, 95 \}$  und  $\bar{A} = \{ 96, 97, \dots, 100 \}$

Falls beim Test in mindestens 96 von 100 Fällen das Medikament wirksam ist, kann der Pharmakonzern auf dem Signifikanzniveau von 5% behaupten, dass das Medikament in mehr als 90% der Fälle wirksam ist.

Diese Aussage hat dabei eine statistische Sicherheit von mindestens 95%, da der Fehler 1. Art (Das Medikament wird als mehr als 90% wirksam angenommen, obwohl es nicht ausreichend wirksam ist.) höchstens 5% beträgt.

Aufgabe:

Ein Fabrikant von Kaffeemaschinen behauptet, dass höchstens 4% der Geräte während der Garantiezeit einen Defekt aufweisen.

Bestimmen Sie für einen Signifikanztest der Länge 200 auf dem Niveau von 5% die Entscheidungsregel.

Von den 200 Kaffeemaschinen des Test hatten 4 während der Garantiezeit einen Defekt. Kann der Fabrikant seine Behauptung aufrecht halten?

