

Q12 * Mathematik * Koordinatenform von Ebenen im \mathbb{R}^3

1. Wandeln Sie von der Parameterform in die Koordinatenform der Ebene um!

a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $E: \vec{X} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Wandeln Sie von der Koordinatenform in eine Parameterform der Ebene um!

a) $E: 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$

b) $E: -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0$

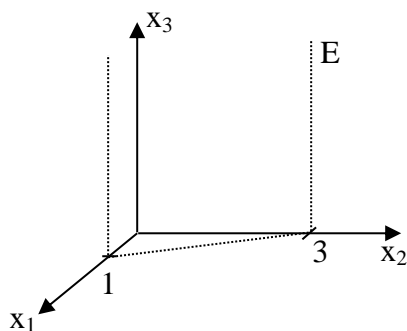
c) $E: 3x_1 + 4x_3 = 5$

c) $E: 2x_2 = 3$

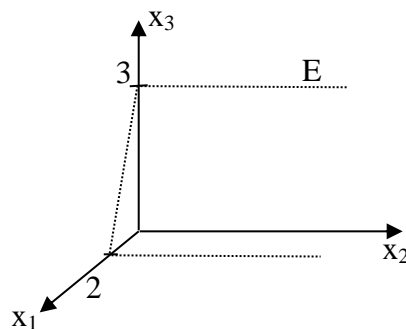
3. Im Bild ist eine Ebene E dargestellt.

Geben Sie E jeweils in Parameter- sowie in Koordinatenform an!

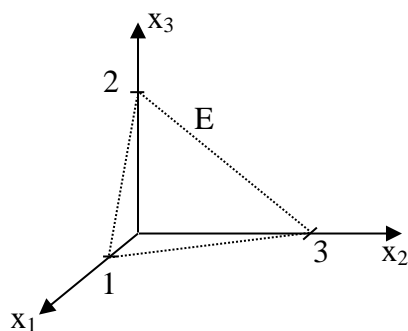
a)



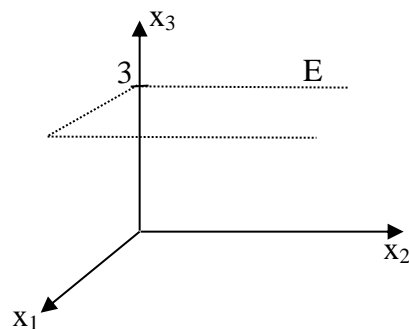
b)



c)



d)



4. Geben Sie die Ebene jeweils in Parameter- sowie in Koordinatenform an!

a) $x_1 - x_2$ – Ebene

b) $x_1 - x_3$ – Ebene

5. Begründen Sie, dass es für eine Gerade im \mathbb{R}^3 keine Koordinatenform geben kann.

In welchen Räumen gibt es für Geraden eine Koordinatenform?



Q12 * Mathematik * Koordinatenform von Ebenen im \mathbb{R}^3 * Lösungen

1. a) $E: -6x_1 + x_2 + 4x_3 = 6$

c) $E: 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0$

b) $E: 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -3$

d) $E: 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 7$

2. a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

d) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

und $E: 3x_1 + x_2 = 3$

b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

und $E: 3x_1 + 2x_3 = 6$

c) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

und $E: 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$

d) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

und $E: x_3 = 3$

4. a) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

und $E: x_3 = 0$

b) $E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

und $E: x_2 = 0$

5. Eliminiert man aus der Parameterform den einen Parameter, so bleiben zwei Gleichungen übrig, die beide zu erfüllen sind.

Im \mathbb{R}^2 gibt es eine Koordinatenform der Geraden.

Beispiel: $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 4x_1 - 3x_2 = -2$

