

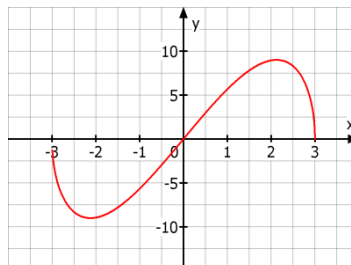
1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q12 * m4 * 22.10.2012
Gruppe A



1. Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^3 2x \cdot \sqrt{9 - x^2} \, dx \quad (\text{siehe Bild}).$$

(Hinweis: Passende Stammfunktion durch Probieren finden!)



2. Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \sin(3x) \, dx$ b) $\int 2 \cdot e^{3x-4} \, dx$

3. Gesucht ist ein $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ mit folgender Eigenschaft: $\int_{-k}^k 2 - x^2 \, dx = 0$.

Bestimmen Sie ein passendes k und interpretieren Sie die Gleichung mit Hilfe einer kommentierten Skizze.

4. Lösen Sie diese Aufgabe auf dem Arbeitsblatt.

Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1	2a	b	3	4	Summe
Punkte	5	2	2	6	5	20



Arbeitsblatt zur 1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Q12 * m4 * 22.10.2012 * Gruppe A

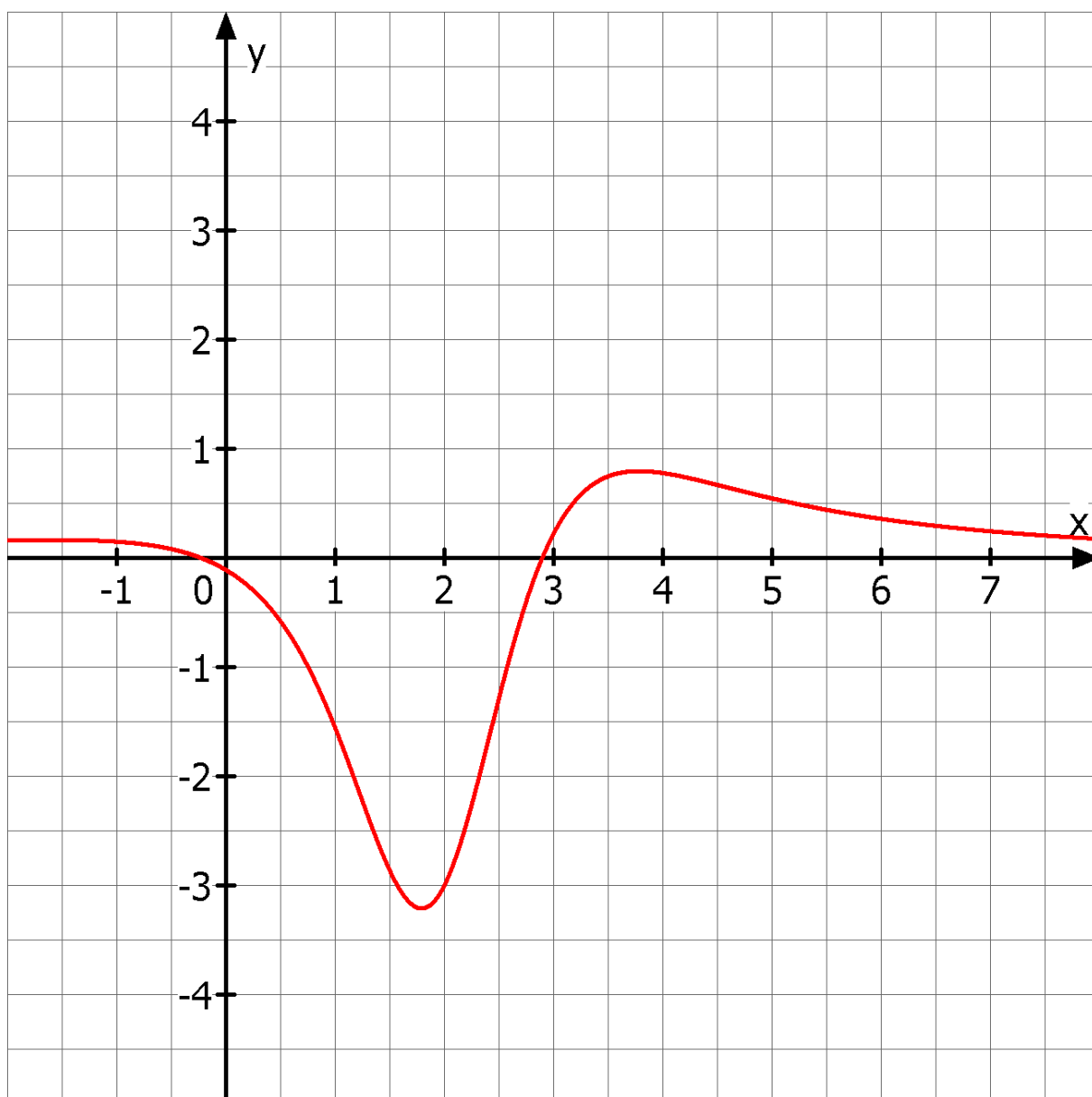


Name:

4. Das Bild zeigt den Graphen der Funktion f .

Tragen Sie in das Koordinatensystem möglichst genau den Graphen der Integralfunktion

$$\int_2^x f(t) dt \text{ ein.}$$



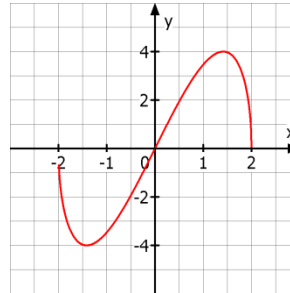
1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q12 * m4 * 22.10.2012
Gruppe B



1. Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^2 2x \cdot \sqrt{4 - x^2} \, dx \quad (\text{siehe Bild}).$$

(Hinweis: Passende Stammfunktion durch Probieren finden!)



2. Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \cos(5x) \, dx$

b) $\int 4 \cdot e^{3x-2} \, dx$

3. Gesucht ist ein $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ mit folgender Eigenschaft: $\int_{-k}^k x^2 - 2 \, dx = 0$.

Bestimmen Sie ein passendes k und interpretieren Sie die Gleichung mit Hilfe einer kommentierten Skizze.

4. Lösen Sie diese Aufgabe auf dem Arbeitsblatt.

Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1	2a	b	3	4	Summe
Punkte	5	2	2	6	5	20



Arbeitsblatt zur 1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Q12 * m4 * 22.10.2012 * Gruppe B

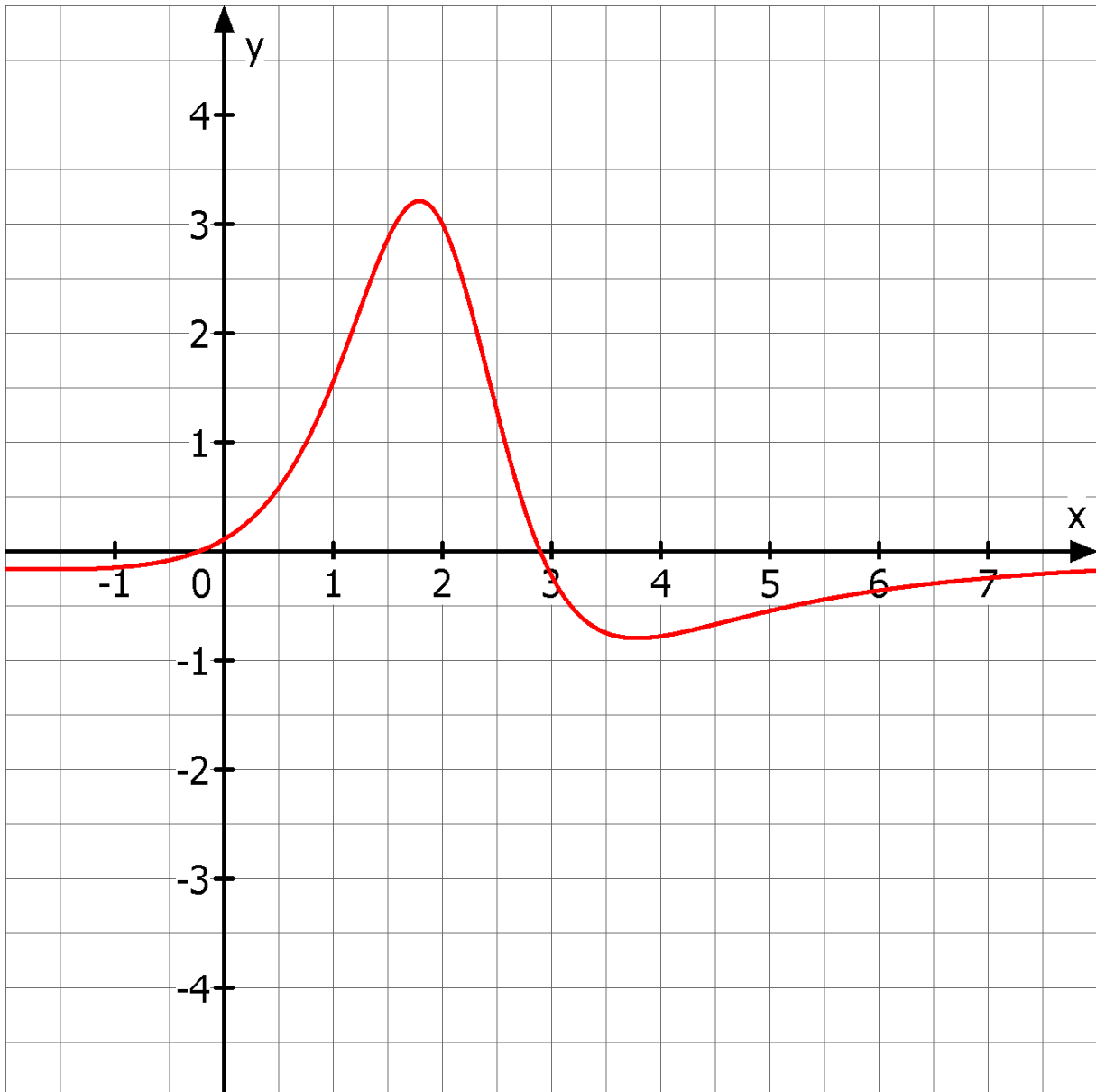


Name:

4. Das Bild zeigt den Graphen der Funktion f .

Tragen Sie in das Koordinatensystem möglichst genau den Graphen der Integralfunktion

$$\int_2^x f(t) dt \text{ ein.}$$



1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q12 * m4 * 22.10.2012
 Gruppe A * Lösung



1.

$$\int_0^3 2x \cdot \sqrt{9-x^2} \, dx = ?$$

Probeansatz: $f(x) = (9-x^2)^{3/2} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} \cdot (9-x^2)^{1/2} \cdot (-2x) = -3x \cdot \sqrt{9-x^2}$

$$\int_0^3 2x \cdot \sqrt{9-x^2} \, dx = \left[-\frac{2}{3}(9-x^2)^{3/2} \right]_0^3 = -0 - \left(-\frac{2}{3}(9)^{3/2} \right) = \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 3 = 18$$

2. a) $\int \sin(3x) \, dx = -\frac{1}{3} \cos(3x) + C$

b) $\int 2 \cdot e^{3x-4} \, dx = \frac{2}{3} e^{3x-4} + C$

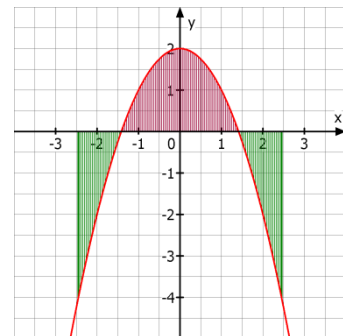
3. $\int_{-k}^k 2-x^2 \, dx = 0$

$$\int_{-k}^k 2-x^2 \, dx = \left[2x - \frac{x^3}{3} \right]_{-k}^k = \left(2k - \frac{k^3}{3} \right) - \left(-2k - \frac{(-k)^3}{3} \right) = 4k - \frac{2}{3}k^3 = \frac{2}{3}k \cdot (6 - k^2)$$

$$\int_{-k}^k 2-x^2 \, dx = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}k \cdot (6 - k^2) = 0$$

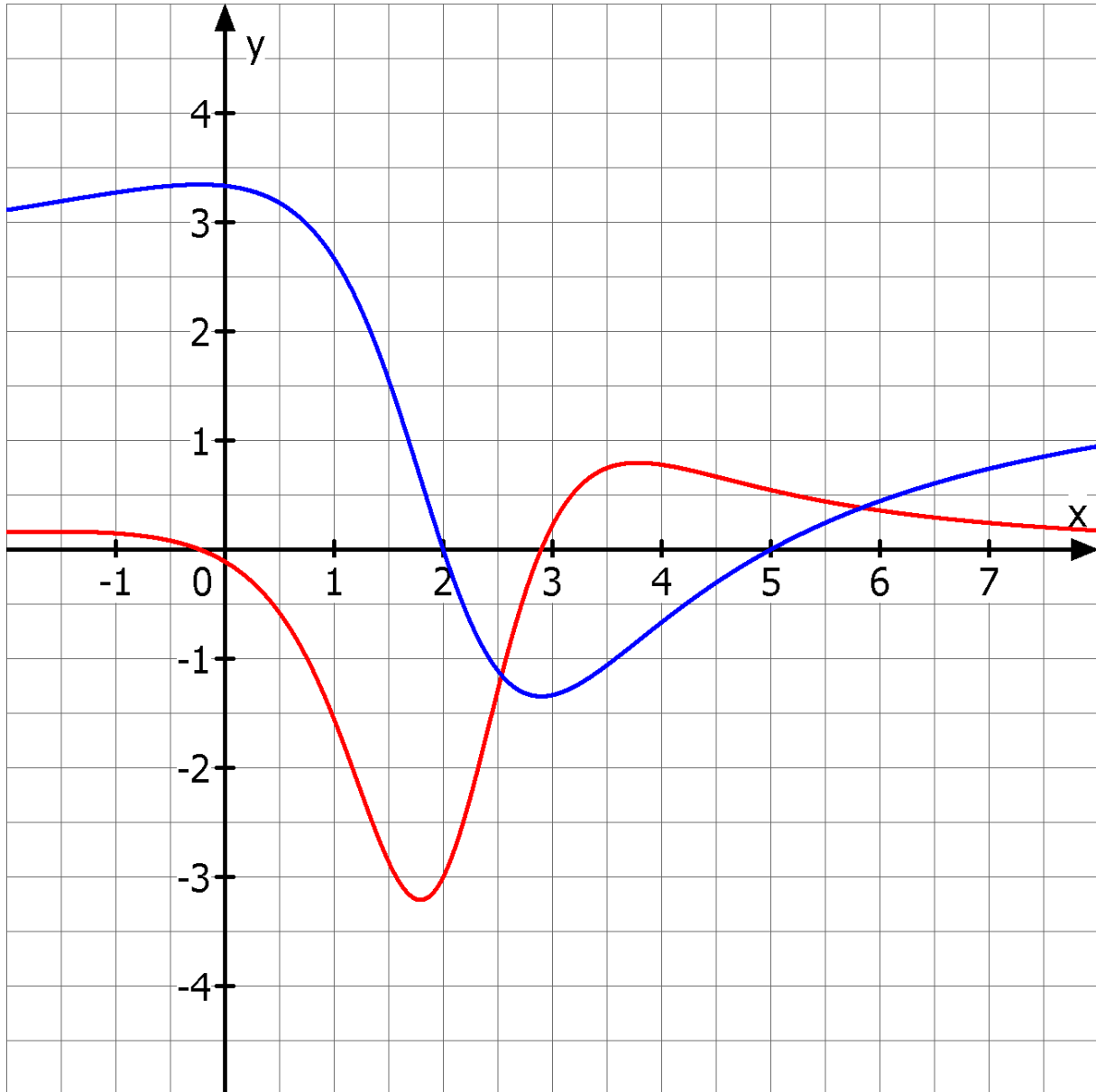
$$\Leftrightarrow (k_1 = 0); \quad k_{2/3} = \pm \sqrt{6}$$

Interpretation: Die beiden „grünen Flächen“ haben den gleichen Flächeninhalt wie die „rote Fläche“.





4.



1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Q12 * m4 * 22.10.2012
 Gruppe B * Lösung



1.

$$\int_0^2 2x \cdot \sqrt{4-x^2} \, dx = ?$$

Probeansatz: $f(x) = (4-x^2)^{3/2} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} \cdot (4-x^2)^{1/2} \cdot (-2x) = -3x \cdot \sqrt{4-x^2}$

$$\int_0^2 2x \cdot \sqrt{4-x^2} \, dx = \left[-\frac{2}{3} (4-x^2)^{3/2} \right]_0^2 = -0 - \left(-\frac{2}{3} (4)^{3/2} \right) = \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 2 = \frac{16}{3}$$

2. a) $\int \cos(5x) \, dx = \frac{1}{5} \sin(5x) + C$

b) $\int 4 \cdot e^{3x-2} \, dx = \frac{4}{3} e^{3x-2} + C$

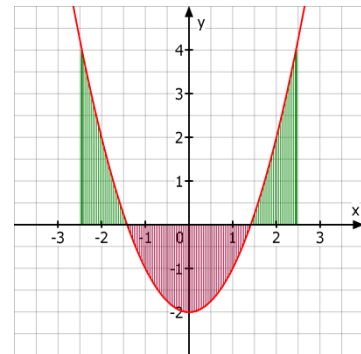
3. $\int_{-k}^k x^2 - 2 \, dx = 0$

$$\int_{-k}^k x^2 - 2 \, dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x \right]_{-k}^k = \left(\frac{k^3}{3} - 2k \right) - \left(\frac{(-k)^3}{3} - 2(-k) \right) = \frac{2}{3} k^3 - 4k = \frac{2}{3} k \cdot (k^2 - 6)$$

$$\int_{-k}^k x^2 - 2 \, dx = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} k \cdot (k^2 - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (k_1 = 0); \quad k_{2/3} = \pm \sqrt{6}$$

Interpretation: Die beiden „grünen Flächen“ haben den gleichen Flächeninhalt wie die „rote Fläche“.



Arbeitsblatt zur 1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik
Q12 * m4 * 22.10.2012 * Gruppe B * Lösung



4.

