

Q12 * Mathematik * Ebenen und Geraden im \mathbb{R}^3



1. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge der beiden Ebenen.

- a) $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$ und $E_2 : x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7$
- b) $E_1 : -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5$ und $E_2 : 2x_1 + x_2 - x_3 = 0$
- c) $E_1 : -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$ und $E_2 : 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -10$
- d) $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$ und $E_2 : 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -5$

2. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge der beiden Ebenen.

- a) $E_1 : 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 13$ und $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- b) $E_1 : -x_1 + 2x_2 + x_3 = -4$ und $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- c) $E_1 : x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$ und $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- d) $E_1 : x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5$ und $E_2 : \bar{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. Bestimmen Sie jeweils die Schnittmenge von Ebene und Gerade.

- a) $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = -3$ und $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
- b) $E : x_1 - x_2 + 2x_3 = -8$ und $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
- c) $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = 2$ und $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- d) $E : x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ und $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Q12 * Mathematik * Ebenen und Geraden im \mathbb{R}^3



Lösungen:

1. a) Schnittgerade $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) Schnittgerade $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) $E_1 = E_2$ d.h. $E_1 \cap E_2 = E_1$

d) $E_1 \cap E_2 = \{ \}$ d.h. $E_1 \parallel E_2$

2. a) Schnittgerade $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 23 \end{pmatrix}$

b) Schnittgerade $g : \bar{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

c) $E_1 \cap E_2 = \{ \}$ d.h. $E_1 \parallel E_2$

d) $E_1 = E_2$ d.h. $E_1 \cap E_2 = E_1$

3. a) Schnittpunkt $S (1 / 2 / 3)$

b) Schnittpunkt $S (4 / 8 / -2)$

c) $E \cap g = \{ \}$ d.h. $g \parallel E$

d) $E \cap g = g$ d.h. $g \subset E$