

Q12 * Mathematik * Vier Aufgaben zum Erwartungswert

1. Paul wirft so oft einen Würfel, bis er eine „6“ hat, aber höchstens 6-mal. Die Zufallsgröße X lautet X =“Anzahl der Würfe“. Erstellen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und berechnen Sie den Erwartungswert.
2. Eine Zufallsgröße Z hat folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:



Z	- 4	0	1	5
$P(Z = z)$	0,15	0,25	p_1	$2p_1$

Bestimmen Sie den Wert von p_1 und berechnen Sie den Erwartungswert von Z .

3. Eine Firma stellt elektrische Bauteile her. Die Herstellungskosten betragen pro Bauteil 5,00 €. Durchschnittlich sind 5% der Bauteile defekt. Die Firma liefert bei einem defekten Bauteil kostenlos ein neues. Ist auch dieses defekt, so zahlt die Firma (ohne weitere Nachlieferung) eine Strafe von 20,00 €. Pro Bauteil will die Firma einen Gewinn von 2,00 € machen. Welchen Preis muss die Firma für eine Bauteil demnach verlangen?
4. In einer Urne befinden sich 3 Kugeln mit den Aufschriften 1, 1 und 5.
 - a) Hans zieht zwei dieser Kugeln ohne Zurücklegen. Er erhält anschließend das Produkt der gezogenen Zahlen in Euro als Gewinn. Welchen Einsatz sollte Hans pro Spiel zahlen, damit das Spiel gerecht ist?
 - b) Petra zieht zwei dieser Kugeln mit Zurücklegen. Sie erhält anschließend das Produkt der gezogenen Zahlen in Euro als Gewinn. Welchen Einsatz sollte Petra pro Spiel zahlen, damit das Spiel gerecht ist?

Q12 * Mathematik * Vier Aufgaben zum Erwartungswert

1. Paul wirft so oft einen Würfel, bis er eine „6“ hat, aber höchstens 6-mal. Die Zufallsgröße X lautet X =“Anzahl der Würfe“. Erstellen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und berechnen Sie den Erwartungswert.
2. Eine Zufallsgröße Z hat folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:



Z	- 4	0	1	5
$P(Z = z)$	0,15	0,25	p_1	$2p_1$

Bestimmen Sie den Wert von p_1 und berechnen Sie den Erwartungswert von Z .

3. Eine Firma stellt elektrische Bauteile her. Die Herstellungskosten betragen pro Bauteil 5,00 €. Durchschnittlich sind 5% der Bauteile defekt. Die Firma liefert bei einem defekten Bauteil kostenlos ein neues. Ist auch dieses defekt, so zahlt die Firma (ohne weitere Nachlieferung) eine Strafe von 20,00 €. Pro Bauteil will die Firma einen Gewinn von 2,00 € machen. Welchen Preis muss die Firma für eine Bauteil demnach verlangen?
4. In einer Urne befinden sich 3 Kugeln mit den Aufschriften 1, 1 und 5.
 - a) Hans zieht zwei dieser Kugeln ohne Zurücklegen. Er erhält anschließend das Produkt der gezogenen Zahlen in Euro als Gewinn. Welchen Einsatz sollte Hans pro Spiel zahlen, damit das Spiel gerecht ist?
 - b) Petra zieht zwei dieser Kugeln mit Zurücklegen. Sie erhält anschließend das Produkt der gezogenen Zahlen in Euro als Gewinn. Welchen Einsatz sollte Petra pro Spiel zahlen, damit das Spiel gerecht ist?

Q12 * Mathematik * Vier Aufgaben zum Erwartungswert

1. $X = \text{„Anzahl der W\"urfe“}$.



x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 6}$	$\frac{5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6}$	$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}$	$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}$	$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} \cdot 1$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 6} + 3 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6} + 4 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} + 5 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} + 6 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} =$$

$$\frac{6^4 + 10 \cdot 6^3 + 75 \cdot 6^2 + 500 \cdot 6 + 3125 + 18750}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{31031}{7776} = 3,9906... \approx 4,0$$

2.

Z	-4	0	1	5
$P(Z = z)$	0,15	0,25	p_1	p_2

$$1 = 0,15 + 0,25 + p_1 + 2 \cdot p_1 \Rightarrow 3p_1 = 0,6 \Rightarrow p_1 = 0,2$$

$$E(Z) = -4 \cdot 0,15 + 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,4 = 1,6$$

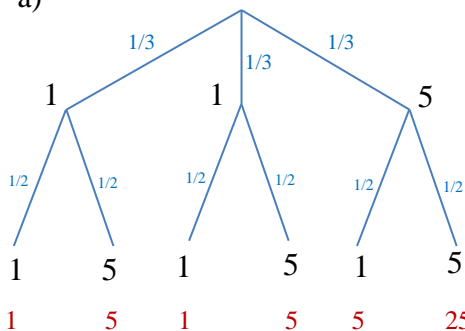
3. $X = \text{„Kosten f\"ur ein (verkauftes) Bauteil in €“}$

x	5	10	10 + 20
$P(X = x)$	0,95	$0,05 \cdot 0,95$	$0,05 \cdot 0,05$

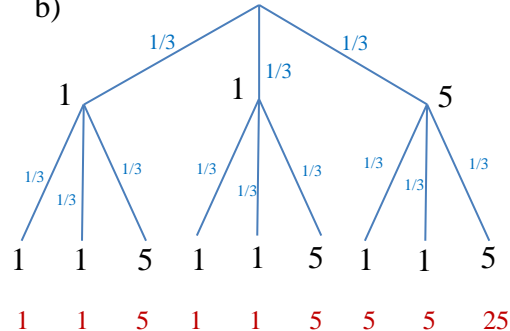
$$E(X) = 5 \cdot 0,95 + 10 \cdot 0,05 \cdot 0,95 + 30 \cdot 0,05^2 = 5,30$$

Die Firma muss also einen Preis von 7,30€ pro Bauteil verlangen, wenn sie pro Bauteil einen Gewinn von 2,00€ machen will.

4. a)



b)



Produkt der Zahlen

$X = \text{„Auszahlungsbetrag in Euro“}$

$$E(X) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + 5 + 1 + 5 + 5 + 25) =$$

$$\frac{1}{6} \cdot 42 = 7$$

Hans sollte einen Einsatz von 7,00 € zahlen.

$$E(X) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1 + 1 + 5 + 1 + 1 + 5 + 5 + 5 + 25) =$$

$$\frac{1}{9} \cdot 49 \approx 5,44$$

Petra sollte einen Einsatz von 5,44 € zahlen.