

Q12 * Mathematik * Abi-Aufgaben zur Binomialverteilung



1. Ein Theater hat 200 Plätze. Man weiß aus Erfahrung, dass bei einer Aufführung ein Platz mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% verkauft wird.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden für die nächste Aufführung mindestens 185 Plätze verkauft?
 - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man bei den drei folgenden Vorstellungen mindestens noch einmal mit diesem guten Besuch von wenigstens 185 Personen rechnen?
Erfahrungsgemäß kaufen 40% der Besucher ein Programmheft.
 - c) Die Direktion legt für die 200 Besucher einer ausverkauften Vorstellung 90 Hefte bereit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt mindestens ein Programmheft übrig?
 - d) Wie viele Hefte müssen mindestens bereitliegen, damit man mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit die zu erwartende Nachfrage nach einem Programmheft bei 200 Besuchern befriedigen kann? (Aus Abi 1993)
2. Erfahrungsgemäß werden im Mittel 5% der vom Hersteller gelieferten Bälle aufgrund von Mängeln zurückgegeben. Für jeden zurückgegebenen Ball entsteht dem Hersteller ein Verlust von 0,80€, für jeden nicht zurückgegebenen ein Gewinn von 1,20€. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt der Hersteller bei einer Lieferung von 200 Bällen einen Gesamtgewinn von mindestens 210€? (Aus Abi 1992)
3. Dietmar kauft sich ein neues Gewehr. Er glaubt damit eine höhere Treffsicherheit als bisher zu erreichen. Um dies zu prüfen, schießt er 100-mal auf eine Scheibe. Er will das neue Gewehr für besser als das alte einstufen, wenn er mindestens 48 Treffer erzielt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hält er das neue Gewehr irrtümlich für besser als das alte, mit dem er eine Treffsicherheit von 40% hatte? (Nach Abi 1992)
4. Der Konzern „Electronix“ stellt Mikrochips in Massenproduktion her. Jeder hergestellte Mikrochip ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% fehlerhaft.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 100 Chips genau 15 fehlerhaft?
 - b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Tabellenwerks das kleinstmögliche Intervall mit dem Mittelpunkt 15, in dem bei insgesamt 100 Chips die Anzahl der fehlerhaften Chips mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 85% liegt.
 - c) Wie viele Chips müssen der Produktion mindestens entnommen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% wenigstens ein fehlerhafter dabei ist?
 - d) Der Konzern beauftragt ein Expertenteam mit Maßnahmen zur Qualitätsverbesserung. Falls der Anteil der fehlerhaften Chips deutlich gesenkt werden kann, wird dem Team eine Prämie gezahlt. Nach Abschluss der Verbesserungsmaßnahmen wird der Produktion eine Stichprobe von 200 Chips entnommen. Befinden sich darunter höchstens 22 fehlerhafte, wird die Prämie gewährt.
 - i. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält das Team die Prämie zu Unrecht?
 - ii. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird dem Team die Prämie verweigert, obwohl der Anteil der fehlerhaften Chips auf 10% gesunken ist? (Nach Abi 2001)



Q12 * Mathematik * Aufgaben zur Binomialverteilung * Ergebnisse

1. a) 14,308%
b) 37,075%
c) 91,428%
d) Es müssen mindestens 91 Programmhefte ausliegen.
2. Es dürfen höchstens 15 Bälle zurückgegeben werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt 95,564%.
3. 6,379%
4. a) 11,109%
b) $10 \leq X \leq 20$
c) $n > 28,336$, also mindestens 29 Chips müssen entnommen werden.
d) 27,103%



Ausführlichere handschriftliche Lösungen:

Aufgaben zur Binomialverteilung

2. $n=200$; $p=5\%$; $X = \text{Anzahl ungelochte Bälle}$

$Z = \text{Anzahl ungelochte Bälle}$

$$-Z \cdot 0,80 \text{ €} + (200 - Z) \cdot 1,10 \text{ €} \geq 210 \text{ €}$$

$$-2,0 \text{ €} \cdot Z + 220 \text{ €} \geq 210 \text{ €} \Rightarrow Z \leq \frac{30}{2} = 15$$

$$P_{0,05}^{200}(X \leq 15) = 95,564\%$$



3. $n=100$; $p=0,40$;

$$P_{0,40}^{100}(X \geq 48) = 1 - P_{0,40}^{100}(X \leq 47) = 1 - 0,93621 = 6,379\%$$

4. a, $n=100$; $p=15\%$; $P(X=15) = B(100/0,15/15) = 11,109\%$

b, $P(|X-15| \leq 4) \geq 85\% \Leftrightarrow P(15-4 \leq X \leq 15+4) \geq 0,85$

$$\Leftrightarrow P(11 \leq X \leq 19) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) = 89,346\% - 9,945\% < 85\%$$

$$P(10 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 93,368\% - 5,509\% = 87,859\% \geq 85\%$$

also $10 \leq X \leq 20$

c, $n=?$ $p=15\%$ $P_n(\text{Anzahl fehlerhafter Chips}) > 0,99$

$$1 - q^n > 0,99 \Leftrightarrow q^n < 0,01 \Leftrightarrow$$

$$n \ln q < \ln 0,01 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,85} = 28,336 \text{ also } n \geq 29$$

d, $n=200$ i, zu klein! Dann d.h. $p=15\%$

$$P_{0,15}^{200}(X \leq 22) = 6,450\%$$

ii, $p=0,10$ $P_{0,10}^{200}(X > 22) = 1 - P_{0,10}^{200}(X \leq 22) =$

$$= 1 - 72,897\% = 27,103\%$$

1. a, $n=200$ $p=0,90$ $P(X \geq 185) = 1 - P_{0,90}^{200}(X \leq 184) = 1 - 0,85692 = 14,308\%$

b, $n=3$; $p=0,14308$; $P(Y \geq 1) = 1 - B(3/0,14308/0) = 1 - 0,55692^3 = 37,075\%$

c, $n=200$; $p=0,40$; $P(Z \leq 89) = P_{0,4}^{200}(Z \leq 89) = 91,428\%$

d, $P_{0,4}^{200}(X \leq 90) = 93,451$ und $P_{0,4}^{200}(X \leq 91) = 95,082\%$

Man muss mindestens 91 Programmhefte auslegen.