

Q12 * Astrophysik ph 2 * Klausur am 06.03.2018

Angaben: $3,09 \cdot 10^{16} \text{ m} = 1 \text{ pc} = 3,26 \text{ Lj} = 2,06 \cdot 10^5 \text{ AE}$ und $1 \text{ AE} = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Sonne: Masse $m_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; abs. Helligkeit $M_{\odot} = 4,8$; Leuchtkraft $L_{\odot} = 3,82 \cdot 10^{26} \text{ W}$

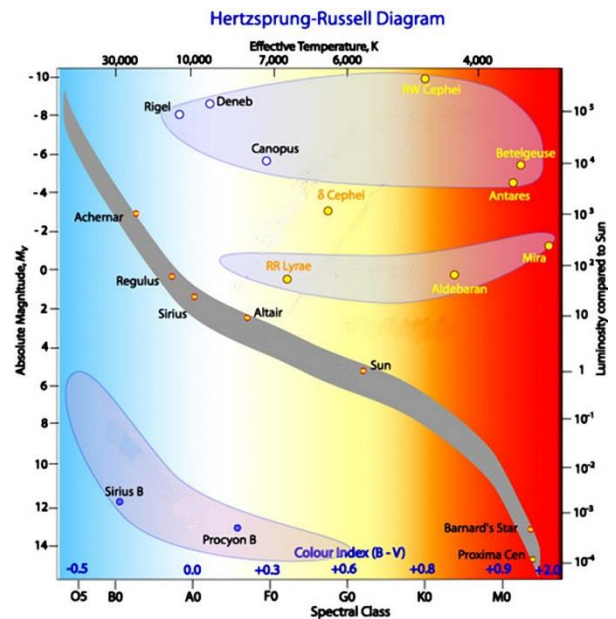
$$T_{\odot} = 5800 \text{ K}; \quad \text{Gravitationskonstante: } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Titawin A im Sternbild Andromeda ist ein Hauptreihenstern der Spektralklasse F8 mit der scheinbaren Helligkeit von 4,10. Die jährliche Parallaxe von Titawin A beträgt 0,0737''.

- Bestimmen Sie die Entfernung von Titawin A in Lichtjahren und berechnen Sie die absolute Helligkeit dieses Sterns.
- Berechnen Sie die relative Leuchtkraft L^* und die relative Masse m^* von Titawin A. [Ergebnis: $L^* = 3,5$ und $m^* = 1,5$]
- Schätzen Sie die Oberflächentemperatur von Titawin A ab (siehe HRD) und berechnen Sie den relativen Sternradius R^* .

55,2'' von Titawin A entfernt kann man einen weiteren Hauptreihenstern der Spektralklasse M 4,5 beobachten. Da beide Sterne die gleiche Eigenbewegung besitzen, geht man seit 2002 davon aus, dass es sich um ein Doppelsystem handelt. Der zweite Stern wird daher Titawin B genannt.

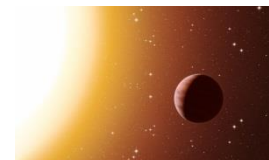
- Berechnen Sie den Abstand der beiden Sterne in Metern und in Vielfachen der astronomischen Einheit.
- Schätzen Sie mit Hilfe des HRD die relative Masse m_B^* von Titawin B ab.
- Die beiden Sterne bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt. Die Umlaufdauer ist aber noch nicht bekannt. Begründen Sie mit geeigneter Rechnung, dass die Umlaufdauer mehr als 10 000 Jahre beträgt.



Titawin A besitzt ein Planetensystem, das 1996 mit Hilfe der Radialgeschwindigkeitsmethode entdeckt wurde. Der innerste von vier bislang bekannten Planeten wird Saffar genannt und bewegt sich auf einer nahezu kreisförmigen Bahn in 4,63 Tagen um Titawin A.

- Erklären Sie in Stichpunkten, wie man den Exoplaneten Saffar entdeckt hat.
- Berechnen Sie den Radius der Umlaufbahn Saffars um Titawin A in Vielfachen der astronomischen Einheit.
- Berechnen Sie die Bestrahlungsstärke auf Saffar und vergleichen Sie mit „unserer Solarkonstante“ von $1,37 \text{ kW/m}^2$.
Erläutern Sie nun, warum man den Exoplaneten Saffar zur Klasse der so genannten „Hot Jupiters“ zählt.

Aufgabe	a	b	c	d	e	f	g	h	i	Summe
Punkte	4	4	4	4	3	5	4	4	5	37



Gutes Gelingen! G.R.

Q12 * Astrophysik ph 2 * Klausur am 06.03.2018 * Lösung

$$a) r = \frac{l''}{p} \text{ pc} = \frac{1''}{0,0737''} \text{ pc} = 13,6 \text{ pc} = 44,2 \text{ Lj}; m - M = 5 \cdot \lg \frac{r}{10 \text{ pc}} \Rightarrow M = m - 5 \cdot \lg \frac{13,6 \text{ pc}}{10 \text{ pc}} = 3,43$$

$$b) M - M_{\odot} = -2,5 \cdot \lg L^* \Rightarrow L^* = 10^{0,4 \cdot (M_{\odot} - M)} = 10^{0,4 \cdot (4,8 - 3,43)} = 3,5$$

$$L \sim m^3 \Rightarrow L^* = (m^*)^3 \Rightarrow m^* = \sqrt[3]{L^*} = \sqrt[3]{3,5} = 1,5$$

$$c) T \approx 6100 \text{ K} \text{ und } L = \sigma \cdot A \cdot T^4 = \sigma \cdot 4R^2 \pi \cdot T^4 \Rightarrow L^* = (R^*)^2 \cdot (T^*)^4 \Rightarrow$$

$$R^* = \frac{\sqrt{L^*}}{(T^*)^2} = \frac{\sqrt{3,5}}{\left(\frac{6100}{5800}\right)^2} = 1,7$$

$$d) \tan 55,2'' = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r \cdot \tan 55,2'' = 13,6 \text{ pc} \cdot \tan \frac{55,2''}{3600} = 0,003639 \dots \text{ pc} = 1,12 \cdot 10^{14} \text{ m} = 750 \text{ AE}$$

$$e) L_B^* \approx 1 \cdot 10^{-4} \Rightarrow m_B^* = \sqrt[3]{L_B^*} = \sqrt[3]{1 \cdot 10^{-4}} = 0,046$$

$$f) \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega^2 = G \cdot \frac{m_A + m_B}{d^3} \text{ und } m_A + m_B = (1,5 + 0,046) \cdot m_{\odot} \approx 1,55 \cdot m_{\odot} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d^3}{G \cdot (m_A + m_B)}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(1,12 \cdot 10^{14} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 1,55 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}} = 5,19 \cdot 10^{11} \text{ s} = 16,5 \cdot 10^3 \text{ a}$$

g) Exoplanet und Sonne bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt. Dadurch ändert sich die Radialgeschwindigkeit der Sonne im Rhythmus der Umlaufdauer. Diese Änderung der Radialgeschwindigkeit lässt sich sehr genau aufgrund des Dopplereffekts durch die Verschiebung der Absorptionslinien im Sonnenspektrum ermitteln

$$h) \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega^2 = G \cdot \frac{m_A + m_{\text{Saffir}}}{r^3} \approx \frac{G \cdot m_A}{r^3} \Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot m_A \cdot T^2}{4\pi^2} \Rightarrow$$

$$r_{\text{Saffir}} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_A \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 1,5 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot (4,63 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2}{4\pi^2}} = 9,31 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$r_{\text{Saffir}} = \frac{9,31 \cdot 10^9 \text{ m}}{1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}} \text{ AE} = 0,062 \text{ AE}$$

$$i) E = \frac{L_A}{4\pi \cdot r_{\text{Saffir}}^2} = \frac{3,57 \cdot 3,82 \cdot 10^{26} \text{ W}}{4\pi \cdot (9,31 \cdot 10^9 \text{ m})^2} = 1,3 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 900 \cdot \text{Solarkonstante}$$

Bei Saffar handelt es sich offensichtlich um einen Gasplaneten wie bei Jupiter.

Da Saffar dem Zentralgestirn sehr nahe ist und Titawin zusätzlich eine größere Leuchtkraft als unsere Sonne besitzt, ergibt sich die berechnete, sehr hohe Bestrahlungsstärke.

Auf Saffar ist es daher sehr heiß und damit macht der Name „Hot Jupiter“ einen Sinn.

