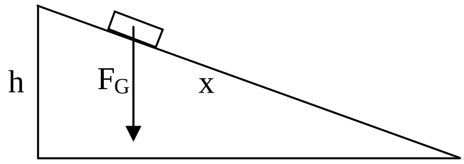
Versuche an der schiefen Ebene

Aufgabe 1

Zeige mit einer genauen Zeichnung::

Bei der schiefen Ebene (mit der Höhe h und der Länge x rutscht ein Körper mit der Beschleunigung $a_o = \frac{h}{x} \cdot g$ herab, wenn keinerlei Reibung vorhanden ist.



Hierbei ist $g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$ die Erdbeschleunigung, mit der ein Körper auf der Erde herab fällt.

Gehe dabei folgendermaßen vor:

Zeichne eine schiefe Ebene mit $x = 10cm$ und wähle für h einen Wert zwischen 2,5cm und 6,0cm. Wähle für die Gewichtskraft F_G des Köpers 10N und trage den zugehörigen Kraftpfeil (2,0N ≙ 1,0cm) in die Zeichnung ein. Zerlege nun die Gewichtskraft in Normalkraft F_N und Hangabtriebskraft F_H .

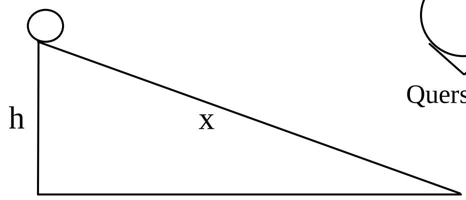
Zeige (durch Nachmessen und anschließendes Ausrechnen) $F_H = \frac{h}{x} \cdot F_G$

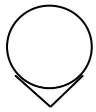
Begründe, warum daraus $a_o = \frac{h}{x} \cdot g$ folgt.

Aufgabe 2

Führe das folgende Experiment durch.

Eine Stahlkugel rollt das Aluprofil der Länge x = 1,00m herab.





Querschnitt

Miss mit der Stoppuhr die Laufzeit t für die in der Tabelle angegebenen Höhen h.
(Stelle h ganz genau ein und ermittle t als Mittelwert von zehn Versuchen!)

Berechne die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$ der Kugel auf der Strecke (Taschenrechner!)
Da die Kugel mit der Geschwindigkeit 0 startet und die Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt, ist die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$ genau halb so groß wie die Endgeschwindigkeit v der Kugel. Trage die Endgeschwindigkeit v in die Tabelle ein!

Begründe, warum die Beschleunigung a der Kugel durch $a = \frac{v}{t}$ gegeben ist!

Berechne a und trage a in die Tabelle ein!

Berechne $a_o = \frac{h}{x} \cdot g$ nach Aufgabe 1 und trage auch a_o in die Tabelle ein!

Wenn du a und a_o vergleichst, wird dir auffallen, dass a erstaunlicher Weise nicht mit a_o übereinstimmt. Wenn du genau gemessen hast, dann gilt für jedes h aber $a \approx 0{,}6 \cdot a_o$.
Die Kugel **rollt** also langsamer herab, als ein Klotz reibungsfrei **herunterrutschen** würde.
Dies hat mit dem **Energieerhaltungssatz** zu tun! Hast du eine Idee?
Welche Bewegungsenergie hat die rollende Kugel und der rutschende Klotz?
Frage deinen Lehrer; er wird dir den Sachverhalt erklären.

Aufgabe 3

Prüfe, ob es einen einfachen Zusammenhang zwischen der Höhe h und der Endgeschwindigkeit v der Kugel gibt!

Welchen Zusammenhang vermutest du? Prüfe deinen Verdacht!
Leider ist Zusammenhang zwischen h und v etwas schwieriger!
Dein Lehrer kann dir helfen.

Aufgabe 1

Aufgabe 2 und 3

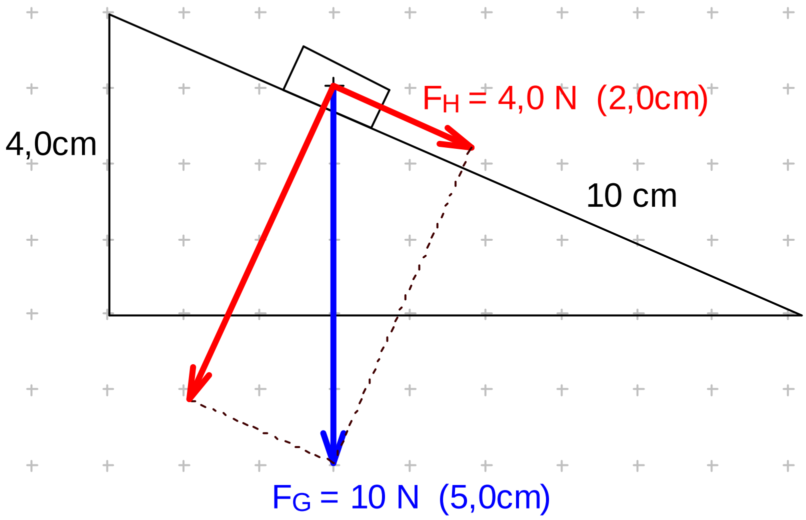
Tabelle zur Ermittlung der Laufzeiten t

	10 Zeitmessungen: t in s										Mittelwert t in s
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	
h = 4,0cm											
h = 8,0cm											
h = 12,0cm											
h = 16,0cm											
h = 20,0cm											

„Fallhöhe“ h	4,0cm	8,0cm	12,0cm	16,0cm	20,0cm	(Geltende Ziffern)
t in s						3 g. Z.
$\bar{v}$ in m/s						3 g. Z.
v in m/s						3 g. Z.
a in m/s^2						3 g. Z.
a_o in m/s^2						2 g. Z.
a_o / a						2 g. Z.

Beispieldaten:

Aufgabe 1



Für z.B. h = 4,0cm gilt

$$\frac{h}{x} = \frac{4,0\text{cm}}{10\text{cm}} = 0,40$$

Aus der Zeichnung folgt $F_H = 4,0$ N , d.h.

$$\frac{F_H}{F_G} = \frac{4,0\,\text{N}}{10\,\text{N}} = 0,40 = \frac{h}{x}$$

Wegen $F_H = a \cdot m$ und $F_G = g \cdot m$ folgt

$$a = \frac{F_H}{m} \quad \text{und} \quad m = \frac{F_G}{g} \,.$$

Setzt man ineinander ein, so erhält man $a = \dfrac{F_H}{m} = \dfrac{F_H}{\frac{F_G}{g}} = \dfrac{F_H}{F_G} \cdot g = \dfrac{h}{x} \cdot g$

Aufgabe 2 und 3

Tabelle zur Ermittlung der Laufzeiten t

	10 Zeitmessungen: t in s										Mittelwert t in s
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	
h = 4,0cm	2,90	2,83	2,84	2,81	2,79	2,92	2,93	2,72	2,80	2,87	2,84
h = 8,0cm	2,04	2,03	1,98	2,07	1,99	2,10	2,08	1,95	2,00	1,95	2,02
h = 12,0cm	1,63	1,59	1,70	1,68	1,65	1,60	1,68	1,72	1,61	1,66	1,65
h = 16,0cm	1,38	1,45	1,46	1,37	1,38	1,49	1,40	1,35	1,42	1,41	1,41
h = 20,0cm	1,31	1,29	1,25	1,24	1,26	1,30	1,34	1,29	1,26	1,24	1,28

„Fallhöhe“ h	4,0cm	8,0cm	12,0cm	16,0cm	20,0cm
t in s	2,84	2,02	1,65	1,41	1,28
$\bar{v}$ in m/s					
v in m/s					
a in m/s^2					
a_o in m/s^2					
a_o / a					

Musterlösung:

Aufgabe 1

Für z.B. $h = 4{,}0\text{cm}$ gilt

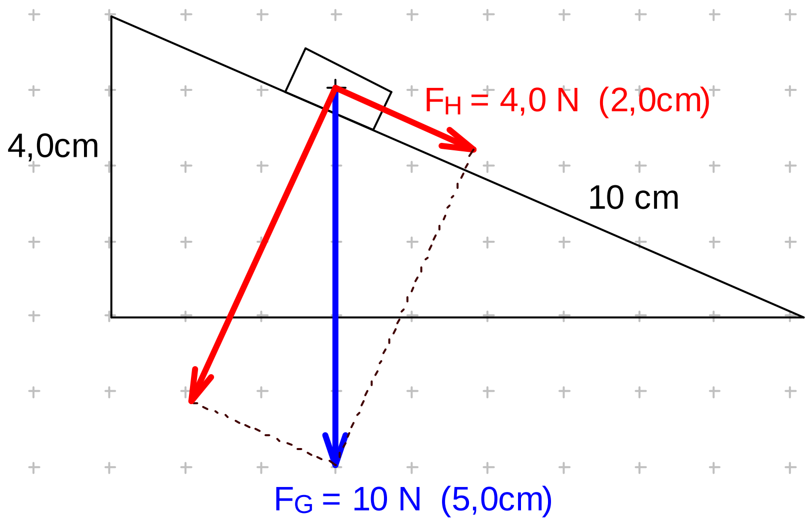
$$\frac{h}{x} = \frac{4{,}0\text{cm}}{10\text{cm}} = 0{,}40$$

Aus der Zeichnung folgt $F_H = 4{,}0\ \text{N}$, d.h.

$$\frac{F_H}{F_G} = \frac{4{,}0\ \text{N}}{10\ \text{N}} = 0{,}40 = \frac{h}{x}$$

Wegen $F_H = a \cdot m$ und $F_G = g \cdot m$ folgt

$$a = \frac{F_H}{m} \quad \text{und} \quad m = \frac{F_G}{g}\ .$$



Setzt man ineinander ein, so erhält man $a = \frac{F_H}{m} = \frac{F_H}{\frac{F_G}{g}} = \frac{F_H}{F_G} \cdot g = \frac{h}{x} \cdot g$

Aufgabe 2 und 3

Tabelle zur Ermittlung der Laufzeiten t (Werte zu $a \approx 0{,}63 \cdot a_0$)

	10 Zeitmessungen: t in s										Mittelwert t in s
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	
h = 4,0cm	2,90	2,83	2,84	2,81	2,79	2,92	2,93	2,72	2,80	2,87	2,84
h = 8,0cm	2,04	2,03	1,98	2,07	1,99	2,10	2,08	1,95	2,00	1,95	2,02
h = 12,0cm	1,63	1,59	1,70	1,68	1,65	1,60	1,68	1,72	1,61	1,66	1,65
h = 16,0cm	1,38	1,45	1,46	1,37	1,38	1,49	1,40	1,35	1,42	1,41	1,41
h = 20,0cm	1,31	1,29	1,25	1,24	1,26	1,30	1,34	1,29	1,26	1,24	1,28

„Fallhöhe“ h	4,0cm	8,0cm	12,0cm	16,0cm	20,0cm
t in s	2,84	2,02	1,65	1,41	1,28
$\bar{v}$ in m/s	0,352	0,495	0,606	0,709	0,781
v in m/s	0,704	0,990	1,21	1,42	1,56
a in m/s^2	0,248	0,490	0,733	1,010	1,22
a_0 in m/s^2	0,392	0,785	1,180	1,570	1,96
a_0 / a	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
v / h in 1/s	18	12	10	8,9	7,8
v^2 / h in m/s^2	12	12	12	13	12

Im Gegensatz zum rutschenden Klotz rotiert die rollende Kugel. Ein Teil der Lageenergie wird dafür benötigt, die Kugel in Rotation zu versetzen.
(Bei einer auf der schiefen Ebene herabrollenden Kugel kann man berechnen, dass 2/7 der Lageenergie in Rotationsenergie umgewandelt werden und damit nur 5/7 der Höhenenergie für die Energie der geradlinigen Bewegung übrig bleiben. Bei der im Profil rollenden Kugel wird sogar noch mehr als 2/7 der Lageenergie in die Rotationsenergie der Kugel gesteckt!)

Die Endgeschwindigkeit v und die Fallhöhe h sind zueinander leider nicht proportional, denn v / h liefert unterschiedliche Werte.

Offensichtlich gilt aber v^2 und h sind zueinander proportional, denn v^2 / h ist konstant.

Zur 4-fachen (9-fachen) Fallhöhe gehört also nur die 2-fache (3-fache) Endgeschwindigkeit!