

Physik 8b * Übung * Energieerhaltungssatz

Aufgabe: Bungee-Springen (nach einer Idee aus Galileo 8, Oldenbourg, S. 20)

Es ist die Aufgabe deiner Gruppe, einen mit einer weichen Feder durchgeführten Bungee-Sprung durch Überlegungen und Rechnungen so vorzubereiten, dass der Probekörper nicht am Boden aufschlägt sondern möglichst knapp vor dem Grund umkehrt.

Gewinner ist die Gruppe, die den Probekörper beim (einmaligen) Sprung dem Boden am nächsten bringt, ohne dass der Probekörper aufschlägt.

a) Bestimmung der Federhärte der Spiralfeder

Jede Gruppe erhält vom Lehrer eine weiche Feder und verschiedene Massestücke. Zeigt mit einem geeigneten Versuch das so genannte Hookesche Gesetz! Bestimmt die Federhärte D der Feder möglichst genau!

Für das Folgende werden die Formeln für die mechanischen Energieformen benötigt:

$$E_{\text{pot,Höhe}} = m \cdot g \cdot h \quad ; \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad ; \quad E_{\text{pot,Feder}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

b) Theoretische Überlegungen zum Bungee-Sprung und Bestimmung einer passenden Höhe h für die Versuchsdurchführung mit einem Probekörper der Masse m .

Mit der weichen Feder der Länge l_0 und der Federhärte D soll euere Gruppe einen Probekörper der Masse m die Höhe h hinabstürzen lassen (siehe Bild).

Euere Gruppe muss zunächst herausfinden, welche Zusammenhänge zwischen den Größen l_0 , h , s , h_m , m und D bestehen. Überlegt dazu zunächst, welche Energieumwandlungen beim Sprung auftreten und gebt eine Gleichung zur Energieerhaltung an.

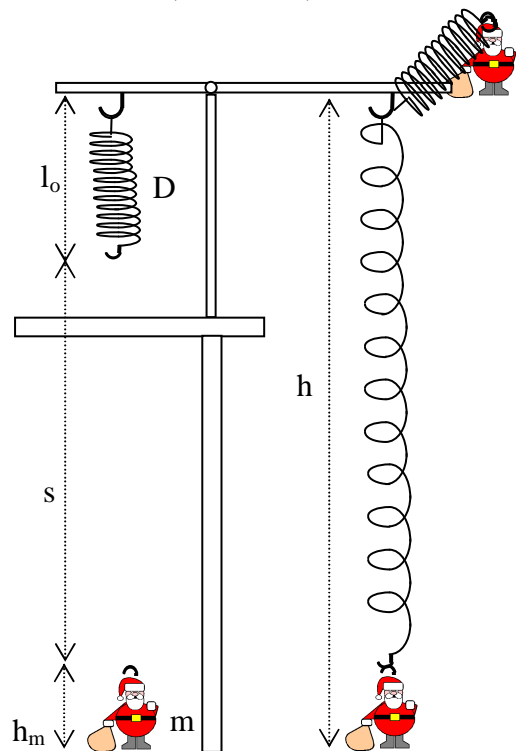
Welche zusätzliche Beziehung gilt für h , s , l_0 und h_m ?

Jede Gruppe erhält dann einen anderen Probekörper, bestimmt davon m und h_m , und ermittelt dann durch Berechnungen h so, dass der Probekörper möglichst knapp über dem Boden umkehrt.

Nach dem Einstellen der passenden Höhe h darf jede Gruppe den Sprung vor der Klasse durchführen.

Die Gruppe gewinnt, die den Probekörper am dichtesten an den Boden heranbringt. Berührt der Probekörper dabei den Boden, ist die Gruppe disqualifiziert!

Sollte man einen zusätzlichen Sicherheitsabstand zum Boden berücksichtigen?



c) Berechnung einer passenden Masse m bei gegebenen Größen h , D , l_0 und h_m .

Bestimmt die Masse m des Probekörpers so, dass er gerade nicht am Boden aufschlägt, wenn gilt: $h = 1,50\text{m}$; $D = 0,040 \text{ N/cm}$; $l_0 = 20\text{cm}$; $h_m = 10\text{cm}$.

Jede Gruppe führt die Berechnung für die passende Masse m durch und gibt das Ergebnis der Lehrkraft bekannt. Die Lehrkraft wählt eine Gruppe aus, deren Mitglieder die Berechnung an der Tafel durchführen.

Lösungsblatt zum Versuch „Bungee-Springen“

a) Tabelle zum Nachweis des Hookeschen Gesetzes:

Dehnende Kraft F in N	0	0,50	1,0	0,10	0,20	0,40	
Dehnung s in cm	0	25	50	5,0	10	20	
F : s in N/cm	-	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	

$$\text{Federhärte } D = \frac{F}{s} = 0,020 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

b) Für die Fallhöhe gilt: $h = l_o + s + h_m$ (1)

Die potenzielle Energie wird beim Herabfallen des Probekörpers in kinetische Energie und Spannenergie umgewandelt. Im tiefsten Punkt ist die kinetische Energie 0, d.h. im tiefsten Punkt hat sich die potentielle Energie $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ vollständig in

Spannenergie $E_{\text{spann}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$ umgewandelt.

Nach dem Energieerhaltungssatz gilt also:

$$E_{\text{pot,oben}} = E_{\text{spann,unten}} \quad \text{also} \quad m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 \quad (2)$$

Ersetzt man in (2) noch das unbekannte s durch $s = h - l_o - h_m$ (aus (1)), so ist in Gleichung (2) nur noch h unbekannt.

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (h - l_o - h_m)^2 \quad (*)$$

Für z.B. $m = 75\text{g}$; $D = 0,020 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$; $l_o = 15\text{cm}$; $h_m = 9,0\text{cm}$; $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ wird

damit die Gleichung (*) zu

$$0,075\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot (h - 24\text{cm})^2 \Leftrightarrow 0,735 \text{N} \cdot h = 0,01 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot (h - 24\text{cm})^2$$

$$0,735 \text{N} \cdot h = 0,010 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot (h - 24\text{cm})^2 \Leftrightarrow h = \frac{10}{735\text{cm}} \cdot (h - 24\text{cm})^2$$

Wie aber bestimmt man nun aus dieser Gleichung $h = \frac{10}{735\text{cm}} \cdot (h - 24\text{cm})^2$ den gesuchten Wert von h?

Gibt man h in der Einheit cm an, $h = x \text{ cm}$, dann lautet die Gleichung

$$x = \frac{10}{735} \cdot (x - 24)^2 \quad \text{bzw.} \quad x = \frac{2}{147} \cdot (x - 24)^2.$$

Mit dem Taschenrechner kann man x durch passendes Probieren näherungsweise finden.

x	110	120	116	117	116,5
$\frac{2}{147} \cdot (x - 24)^2$	100,6	125,4	115,2	117,8	116,4

$$h \approx 116,5 \text{ cm}$$

Zur Sicherheit sollte man für h etwa 120 cm wählen!

c) Gegeben ist: $h = 1,50\text{m}$; $D = 0,040 \text{ N/cm}$; $l_o = 20\text{cm}$; $h_m = 10\text{cm}$

Nach der Herleitung in b) gilt: $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (h - l_o - h_m)^2$

Setzt man die gegebenen Werte ein, dann erhält man:

$$m = \frac{D \cdot (h - l_o - h_m)^2}{2 \cdot g \cdot h} = \frac{0,040 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot (150\text{cm} - 20\text{cm} - 10\text{cm})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 150\text{cm}} = \frac{0,040 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot (120\text{cm})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 150\text{cm}}$$

$$m = \frac{576 \frac{\text{N} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}}}{2940 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{cm}} = \frac{576 \text{N} \cdot \text{cm}}{2940 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{cm}} = \frac{576 \text{N}}{2940 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{576 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{2940 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{576}{2940} \text{kg} \approx 0,20 \text{kg}$$