Physik-Übung * Jahrgangsstufe 8 * Hookesches Gesetz und Spannenergie

Versuch 1 (Hookesches Gesetz)

Benötigte Geräte: 2 Stahlfedern, Meterstab, Massestücke, Stativmaterial, Schnur, Schere

Untersuche die Dehnung Δx einer Stahlfeder in Abhängigkeit von der dehnenden Kraft F.
Hänge dazu an die Stahlfeder die in der Tabelle angegeben Massestücke.

Stahlfeder 1

Masse m in kg	0	0,050	0,100	0,150	0,200
Kraft $F = m \cdot g$ in N	0				
Dehnung Δx in m	0				
$\frac{F}{\Delta x}$ in $\frac{N}{m}$	-				

Zeichne für die Stahlfeder 1 das $\Delta x - F -$ Diagramm.
Bestätige damit das Hookesche Gesetz

$F \sim \Delta x$ d.h. $\frac{F}{\Delta x} = \text{konstant} = D$.

Diese Konstante heißt Federhärte D.

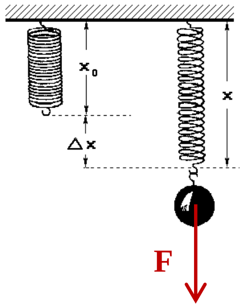
Stahlfeder 2

Masse m in kg	0	0,050	0,100	0,150	0,200
Kraft $F = m \cdot g$ in N	0				
Dehnung Δx in m	0				
$\frac{F}{\Delta x}$ in $\frac{N}{m}$	-				

Bestätige auch für die zweite Stahlfeder das Hookesche Gesetz.

Gib für die beide Federn die jeweilige Federhärte an.

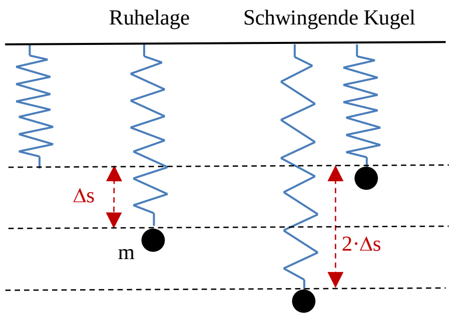
Versuch 2 (Herleitung der Formel für die Spannenergie)



Im Versuch 1 hast du gezeigt:

$$\frac{F}{\Delta x} = \text{konstant} = D \quad \text{bzw.} \quad F = D \cdot \Delta x$$

Verwende für den folgenden Versuch die weichere Stahlfeder, d.h. die Stahlfeder mit der kleineren Federhärte.



Hänge an die Feder eine Masse m (z.B. m = 100g), so dass diese Masse sich nicht mehr bewegt.
Die Kraft $F_G = m \cdot g$ dehnt die Feder um Δs.
Für diese so genannten Ruhelage gilt also:

(1) $\quad F_G = D \cdot \Delta s \quad$ also $\quad m \cdot g = D \cdot \Delta s$

Hebe nun die Kugel mit der Hand genau so weit hoch, dass die Feder wieder ganz entspannt ist. Wenn du nun die Kugel loslässt, so schwingt sie hin und her.

Bestätige durch geeignete „Messung“, dass der untere Umkehrpunkt genau Δs von der Ruhelage entfernt ist. Die Kugel schwingt also von der Ruhelage aus gesehen jeweils um Δs nach oben bzw. nach unten.

Während des Schwingens der Kugel werden ständig die drei Energieformen potentielle Energie, kinetische Energie und Spannenergie ineinander umgewandelt.
Ganz oben besitzt die Kugel nur potentielle Energie (zur Höhe $h = 2 \cdot \Delta s$), ganz unten dagegen hat die Kugel nur Spannenergie, die zu einer Dehnung $\Delta x = 2 \cdot \Delta s$ gehört.

(2) $\quad \Delta x = 2 \cdot \Delta s \quad$ bzw. $\quad \Delta s = \frac{1}{2} \cdot \Delta x$

Nach dem Energieerhaltungssatz gilt: $\quad E_{\text{ges, ganz oben}} = E_{\text{ges, ganz unten}} \quad$ und damit

$E_{\text{ges, ganz oben}} = E_{pot} = m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s \quad$ und $\quad E_{\text{ges, ganz unten}} = E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x = 2 \cdot \Delta s) \quad$ also

(3) $\quad m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s = E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x)$

Die Spannenergie E_{spann} hängt natürlich von der Federhärte D und der Dehnung Δx ab.
Ersetze in der Gleichung (3) geschickt mit Hilfe der Gleichungen (1), (2) die Masse m, die Erdbeschleunigung g und die Dehnung Δs durch die Federhärte D und die Federdehnung Δx.

Zeige damit $\quad \boxed{E_{spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2}$

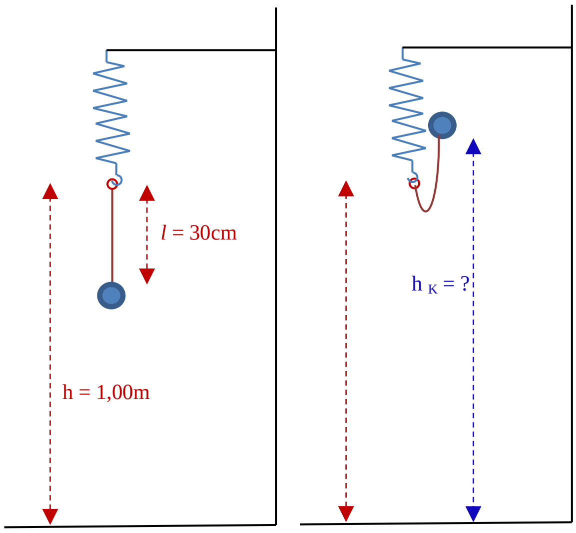
Versuch 3 (Bungee-Sprung)

Befestige die weiche Stahlfeder so, dass sich ihr unteres Ende genau 1,00m über dem Boden befindet.

Befestige eine Kugel der Masse m an einem Faden der Länge l (ca. 30cm) und hänge diesen Faden an der Stahlfeder ein.

Berechne nun die Höhe h_K , aus der du die Kugel fallen lassen musst, damit die Kugel gerade nicht am Boden aufprallt.

Wovon hängt die Höhe h_K ab?
Welchen Einfluss haben die Federhärte und die Masse der Kugel?



Prüfe nun experimentell, ob deine Berechnung richtig ist.
(Schütze dabei den Boden geeignet!)
Verwende gegebenenfalls auch die härtere Feder bzw. Kugeln anderer Masse.

Versuch 2

Herleitung der Formel für die Spannenergie:

$$E_{spann}(\text{bei Dehnung } \Delta x) \overset{(3)}{=} m \cdot g \cdot 2 \cdot \Delta s \overset{(2)}{=} m \cdot g \cdot \Delta x \overset{(1)}{=} D \cdot \Delta s \cdot \Delta x \overset{(2)}{=} D \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$$

Wir eine Feder also um Δx gedehnt, so ist in ihr die Spannenergie

$E_{spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$ gespeichert.

Merke: $\boxed{E_{spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2}$

Versuch 3

Berechnung von h_K :

Wenn die Kugel den Boden gerade berührt, so wir die Feder um Δx gedehnt, und es gilt

$\Delta x = h - \ell - d$

Hierbei ist d der Durchmesser der Kugel.

Für diese Dehung Δx wird die Spannarbeit $W_{spann} = E_{spann}$ benötigt, die von der potentiellen Energie der Kugel herrührt. Also gilt:

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2 = m \cdot g \cdot h_K \quad \text{also} \quad \frac{1}{2} \cdot D \cdot (h - \ell - d)^2 = m \cdot g \cdot h_K \quad \Rightarrow \quad h_K = \frac{D \cdot (h - \ell - d)^2}{2 \cdot m \cdot g}$$

z.B. für $d = 3cm$, $l = 30cm$, $m = 65g$ und $D = 3{,}2$ N/m folgt

$$h_K = \frac{3{,}0 \frac{N}{m} \cdot (1{,}00m - 0{,}30\,m - 0{,}03m)^2}{2 \cdot 0{,}065kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} = 1{,}06\,m$$

Hinweis:

Die Stahlfedern von Conatex mit der Aufschrift 3,0 N/m

besitzen meist eine Federhärte von ca. 3,2 N/m.