Astrophysik ph_2 * Extemporale in 12/2 am 11.03.2014

Gamma Virginis ist ein Doppelsternsystem bestehend aus zwei fast gleich hellen Hauptreihensternen mit den scheinbaren Helligkeiten von 3,48 mag und 3,50 mag.
Beide Sterne (A und B genannt) gehören zum Spektraltyp F0 und umrunden sich in 170 Jahren.
Der mittlere Winkelabstand der beiden Sterne beträgt dabei 3,66´´.
Die jährliche Parallaxe von Gamma Virginis hat den Wert 0,0845´´.

a) In welcher Entfernung befindet sich das Doppelsternsystem?
Ermitteln Sie den mittleren Abstand der beiden Sterne.
[Teilergebnis: $d = 6,47 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}$]

b) Berechnen Sie die absolute Helligkeit für jeden der beiden Sterne und bestimmen Sie auch für jeden der Sterne die Leuchtkraft in Vielfachen von $L_\odot$.

c) Begründen Sie warum man für das Massenverhältnis $m_A : m_B$ der beiden Sterne den Wert $m_A : m_B \approx 1$ annehmen kann?
Berechnen Sie nun die Masse m_A (des Sterns A) in Vielfachen der Sonnenmasse $m_\odot$.

d) Wie groß ist die (gesamte) Leuchtkraft des Doppelsternsystems?
Welche absolute Helligkeit ergibt sich daraus für das gesamte Doppelsternsystem?

Aufgabe	a	b	c	d	Summe
Punkte	4	6	5	3	18

Gutes Gelingen!

Folgende Daten dürfen verwendet werden:

Längeneinheiten: 1,00 pc = 3,26Lj = $3{,}09 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}$

Gravitationskonstante: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$

Daten der Sonne:
absolute Helligkeit: $M_\odot = 4{,}74$
Masse: $m_\odot = 2{,}0 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$

Astrophysik ph_2 * Extemporale in 12/2 am 11.03.2014 * Lösung

a) $r = \frac{1''}{p}\cdot pc = \frac{1''}{0{,}0845''}\cdot pc = 11{,}8\,pc = 38{,}6\,Lj$

$$\frac{d}{2r} = \tan\frac{3{,}66''}{2} = \tan\frac{3{,}66^o}{2\cdot 3600} \Rightarrow d = 2\cdot 11{,}8\,pc\cdot\tan\frac{3{,}66^o}{2\cdot 3600} = 2{,}093...\cdot 10^{-4}\,pc = 6{,}47\cdot 10^{12}\,m$$

b) $\tilde{m}_A - M_A = 5\cdot\lg\frac{r}{10pc} \Rightarrow M_A = \tilde{m}_A - 5\cdot\lg\frac{11{,}8\,pc}{10\,pc} = 3{,}48 - 0{,}36 = 3{,}12$

$$M_B = \tilde{m}_B - 5\cdot\lg\frac{11{,}8\,pc}{10\,pc} = 3{,}50 - 0{,}36 = 3{,}14$$

$$M_A - M_\odot = -2{,}5\cdot\lg\frac{L_A}{L_\odot} \Rightarrow \frac{L_A}{L_\odot} = 10^{\frac{M_\odot - M_A}{2{,}5}} \Rightarrow L_A = 10^{\frac{4{,}74-3{,}12}{2{,}5}}\cdot L_\odot = 4{,}45\cdot L_\odot$$

analog $\frac{L_B}{L_\odot} = 10^{\frac{M_\odot - M_B}{2{,}5}} \Rightarrow L_B = 10^{\frac{4{,}74-3{,}14}{2{,}5}}\cdot L_\odot = 4{,}37\cdot L_\odot$

c) Für Hauptreihensterne gilt $L \sim m^3 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \sqrt[3]{\frac{L_A}{L_B}} = \sqrt[3]{\frac{4{,}47}{4{,}37}} = 1{,}0075... \approx 1$

$$\omega^2 = G\cdot\frac{m_A + m_B}{d^3} = G\cdot\frac{2m_A}{d^3} \Rightarrow$$

$$m_A = \frac{4\pi^2\cdot d^3}{2\cdot T^2\cdot G} = \frac{4\pi^2\cdot(6{,}47\cdot 10^{12}\,m)^3}{2\cdot(170\cdot 365\cdot 24\cdot 3600s)^2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg\cdot s^2}} = 2{,}79\cdot 10^{30}\,kg = 1{,}4\,m_\odot$$

d) $L_{ges} = L_A + L_B = (4{,}47 + 4{,}37)\cdot L_\odot = 8{,}84\cdot L_\odot$

$$M_{ges} - M_\odot = -2{,}5\cdot\lg\frac{L_{ges}}{L_\odot} \Rightarrow M_{ges} = M_\odot - 2{,}5\cdot\lg\frac{8{,}84L_\odot}{L_\odot} = 4{,}74 - 2{,}37 = 2{,}37$$