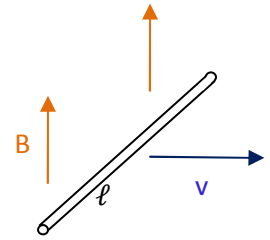


Physik Q11 * Induktionsspannungen und Induktionsgesetz

Bewegt man einen Leiter der Länge ℓ mit der Geschwindigkeit v wie dargestellt in einem Magnetfeld der Flussdichte B (es gilt $\vec{\ell} \perp \vec{B}$ und $\vec{\ell} \perp \vec{v}$ und $\vec{v} \perp \vec{B}$), so tritt an den Enden des Leiters eine Induktionsspannung U_{ind} auf.



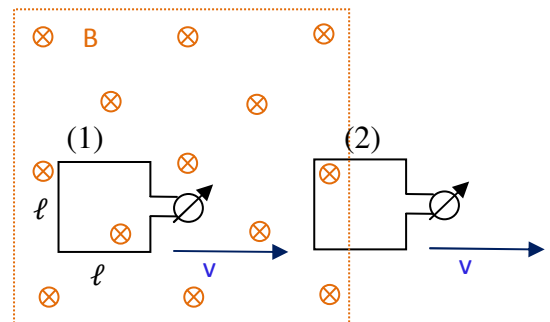
Aufgabe 1: Leiten Sie für $\vec{\ell} \perp \vec{B}$ und $\vec{\ell} \perp \vec{v}$ und $\vec{v} \perp \vec{B}$ her:

$$U_{\text{ind}} = B \cdot \ell \cdot v$$

Geben Sie die Polarität der Induktionsspannung an!

Induktionsspannung bei konstantem Magnetfeld

Bewegt man eine quadratische Leiterschleife (der Kantenlänge ℓ) mit der Geschwindigkeit v wie dargestellt in einem (exakt begrenzten) Magnetfeld der Flussdichte B , so tritt die Spannung $U_{\text{ind}} = B \cdot \ell \cdot v$ nur dann auf, wenn die Leiterschleife das Magnetfeld verlässt (also nur in Position (2) und nicht in (1)). Begründen Sie, warum nur bei Position (2) eine Spannung U_{ind} auftritt! Die induzierte Spannung hängt also davon ab, wie sich das Magnetfeld durch



die Leiterschleife ändert. Ein Umformung liefert $U_{\text{ind}} = B \cdot \ell \cdot v = B \cdot \ell \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = B \cdot \frac{\ell \cdot \Delta s}{\Delta t} = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$

wobei ΔA die Änderung der Fläche ist, die vom Magnetfeld durchsetzt wird.

Verwendet man an Stelle der Leiterschleife eine Spule mit N Windungen, dann addieren sich die induzierten Spannungen und es folgt:

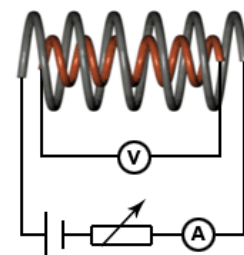
$$U_{\text{ind}} = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die induzierte Spannung für die abgebildete Leiterschleife, falls gilt Kantenlänge $\ell = 10\text{cm}$, $B = 0,20\text{ T}$ und $v = 40\text{ cm/s}$.

Induktionsspannung bei zeitlich veränderlichem Magnetfeld

Ändert man die magnetische Flussdichte B durch die Querschnittsfläche A einer Spule (gleichmäßig), so wird in dieser Spule ebenfalls eine (konstante) Spannung induziert.

Es gilt:
$$U_{\text{ind}} = N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$



Im Bild erzeugt die graue Feldspule ein homogenes Magnetfeld. Mit Hilfe eines veränderlichen Widerstandes wird die Stromstärke in der Feldspule pro Sekunde um $0,25\text{A}$ erhöht, bis die maximale Stromstärke von $3,0\text{A}$ erreicht ist. Damit nimmt die magnetische Flussdichte B in der Feldspule kontinuierlich zu. In der kupferfarbenen Induktionsschleife wird daher eine Spannung U_{ind} induziert.

Aufgabe 3: Begründen Sie, dass U_{ind} für 12 Sekunden einen konstanten Wert annimmt und berechnen Sie diesen Wert für folgenden Vorgaben:

Feldspule: 600 Windungen, Länge $8,0\text{cm}$, Querschnittsfläche 25cm^2

Induktionsschleife: 200 Windungen, Länge $4,0\text{cm}$, Querschnittsfläche 10cm^2

Wie groß aber ist die induzierte Spannung, wenn sich die durch A gehende magnetische Flussdichte B nicht gleichmäßig ändert, also $B = B(t)$ komplizierter von der Zeit t abhängt?

Die Gleichung $U_{\text{ind}} = N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$ gilt dann für jedes noch so kleine Zeitintervall $\Delta t \rightarrow 0$ und zu

jedem Zeitpunkt t_1 ergibt sich damit eine induzierte Spannung

$$U_{\text{ind}}(t_1) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}(t_1) = N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}(t_1)$$

Hierbei ist $\frac{dB}{dt}(t_1)$ die Ableitung der Funktion B(t) nach der Zeit t zum Zeitpunkt t_1 .

Hinweis: Für die Ableitung nach der Zeit t schreibt man auch $\frac{dB}{dt}(t_1) = \dot{B}(t_1)$

zur Unterscheidung von der Ableitung einer Funktion f(x) nach x :

$$\frac{df}{dx}(x_1) = f'(x_1)$$

Aufgabe 4: In der Feldspule von Aufgabe 3 wird nun die Stromstärke I nicht mehr gleichmäßig erhöht.

Vielmehr gelte jetzt

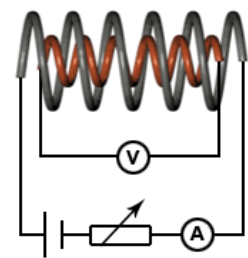
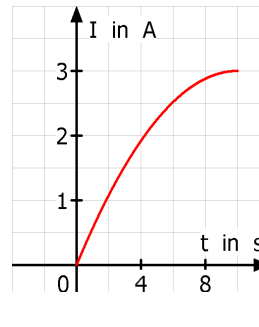
$$I(t) = -0,03 \frac{\text{A}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 0,6 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t$$

für $0 \leq t \leq 10\text{s}$.

Bestimmen Sie nun die

induzierte Spannung $U_{\text{ind}}(t)$ für $0 \leq t \leq 10\text{s}$, falls für die Feld- bzw.

Induktionsspule weiterhin die Daten von Aufgabe 3 gelten!



Auch die Gleichungen $U_{\text{ind}} = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$ kann man verallgemeinern.

Ändert sich die von einem konstanten Magnetfeld der Flussdichte B durchsetzte Fläche A nicht gleichmäßig, so kann man analog aus $U_{\text{ind}} = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$ durch die Grenzwertbildung $\Delta t \rightarrow 0$ folgern

$$U_{\text{ind}}(t_1) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}(t_1) = N \cdot B \cdot \frac{dA}{dt}(t_1)$$

Hierbei ist $\frac{dA}{dt}(t_1)$ die Ableitung der Funktion A(t) nach der Zeit t zum Zeitpunkt t_1 .

Induktionsgesetz in einer ersten Form:

In einer Spule mit N Windungen wird eine Spannung

$$U_{\text{ind}}(t) = N \cdot A \cdot \dot{B}(t) \quad \text{bzw.} \quad U_{\text{ind}}(t) = N \cdot B \cdot \dot{A}(t) \quad \text{induziert,}$$

falls sich die magnetische Flussdichte B durch die Querschnittsfläche A ändert bzw.

falls sich die Fläche A ändert, die vom Magnetfeld der Flussdichte B durchsetzt wird.

Die zeitlichen Änderungen werden dabei durch die Ableitungen $\dot{B}(t)$ bzw. $\dot{A}(t)$ beschrieben.

Physik Q11 * Induktionsspannungen und Induktionsgesetz

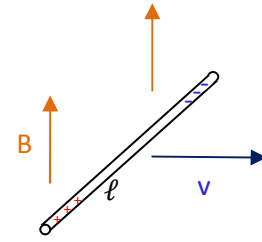
Lösungen zu den Aufgaben

Aufgabe 1:

Durch die Lorentz-Kraft werden Elektronen nach „hinten“ verschoben (siehe Bild) und es baut sich so ein elektrisches Feld mit der Feldstärke $E = U / \ell$ auf.

Die Ladungsverschiebung dauert so lange an, bis sich das folgende Kräftegleichgewicht einstellt:

$$F_{\text{Lorentz}} = F_{\text{el}} \Leftrightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E \Leftrightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot \frac{U}{\ell} \Leftrightarrow U = U_{\text{ind}} = v \cdot B \cdot \ell$$



Aufgabe 2:

Gegebene Werte: Kantenlänge $\ell = 10\text{cm}$, $B = 0,20\text{ T}$ und $v = 40\text{ cm/s}$.

$$U_{\text{ind}} = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = N \cdot B \cdot \frac{\ell \cdot \Delta x}{\Delta t} = N \cdot B \cdot \ell \cdot v = 1 \cdot 0,20\text{T} \cdot 0,10\text{m} \cdot \frac{0,40\text{m}}{\text{s}} = 0,0080\text{ V} = 8,0\text{ mV}$$

Aufgabe 3:

Daten: Feldspule: 600 Windungen, Länge 8,0cm, Querschnittsfläche 25cm^2

Induktionsspule: 200 Windungen, Länge 4,0cm, Querschnittsfläche 10cm^2

$$I_{\text{Feldspule}} = I(t) = \frac{3,0\text{ A}}{12\text{ s}} \cdot t = 0,25 \frac{\text{ A}}{\text{ s}} \cdot t \quad (\text{für } 0 \leq t \leq 12\text{ s})$$

$$B_{\text{Feldspule}}(t) = \mu_0 \cdot \frac{N_{\text{Feldsp}} \cdot I_{\text{Feldsp}}(t)}{\ell_{\text{Feldsp}}} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{ Vs}}{\text{ Am}} \cdot \frac{600 \cdot 0,25 \frac{\text{ A}}{\text{ s}} \cdot t}{0,080\text{ m}} = 2,36 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \frac{t}{\text{ s}}$$

Da $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ während der 12 Sekunden konstant ist, ist die induzierte Spannung $U_{\text{ind}} = N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$

ebenfalls konstant und es gilt

$$U_{\text{ind}} = N_{\text{Induktionssp}} \cdot A_{\text{Induktionssp}} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = 200 \cdot 0,0010\text{m}^2 \cdot \frac{2,36 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \frac{12\text{ s}}{\text{ s}}}{12\text{ s}} = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ V} = 0,47 \text{ mV}$$

Aufgabe 4:

Gegeben $I_{\text{Feldsp}} = I(t) = -0,03 \frac{\text{ A}}{\text{ s}^2} \cdot t^2 + 0,6 \frac{\text{ A}}{\text{ s}} \cdot t$ für $0 \leq t \leq 10\text{ s}$.

$$\frac{dB}{dt}(t) = \dot{B}(t) = \mu_0 \cdot \frac{N_{\text{Feldsp}} \cdot \dot{I}_{\text{Feldsp}}(t)}{\ell} = \mu_0 \cdot \frac{N_{\text{Feldsp}} \cdot (-0,06 \frac{\text{ A}}{\text{ s}^2} \cdot t + 0,6 \frac{\text{ A}}{\text{ s}})}{\ell} \quad \text{und damit}$$

$$U_{\text{ind}}(t) = N_{\text{Indsp}} \cdot A_{\text{Indsp}} \cdot \dot{B}(t) = 200 \cdot 0,0010\text{m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{ Vs}}{\text{ Am}} \cdot \frac{600}{0,080\text{m}} \cdot (-0,06 \frac{\text{ A}}{\text{ s}^2} \cdot t + 0,6 \frac{\text{ A}}{\text{ s}}) =$$

$$1,88 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ Vs}}{\text{ A}} \cdot (-0,06 \frac{\text{ A}}{\text{ s}^2} \cdot t + 0,6 \frac{\text{ A}}{\text{ s}}) =$$

$$1,88 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot (-0,06 \cdot \frac{t}{\text{ s}} + 0,6) \quad \text{für } 0 \leq t \leq 10\text{ s}$$

Die Spannung nimmt also während der 10 Sekunden linear von 1,1 mV auf 0,0 mV ab.

