Physik * Jahrgangsstufe 10 * Zwei weitere Aufgaben zu den Gesetzen von Kepler

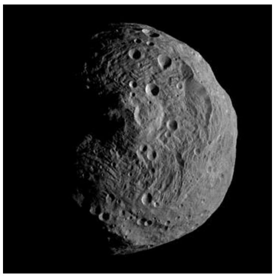
1. Nach einem Monate dauernden Flug nähert sich eine Marssonde dem roten Planeten und schwenkt zunächst in eine stark elliptische Umlaufbahn ein.
   Für einen Umlauf benötigt der Satellit dabei 8 Stunden und 14 Minuten.
   Er nähert sich dabei der Oberfläche des Mars bis auf 1040 km und erreicht einen größten Abstand von der Marsoberfläche von 11880 km.

   a) Bestimmen Sie die große Halbachse der elliptischen Umlaufbahn und die zugehörige numerische Exzentrizität.
   (Verwenden Sie dabei einen mittleren Marsradius von 3390 km.)

   Durch geeignete Bremsmanöver soll der Satellit auf eine kreisförmige Umlaufbahn in einer Höhe von 450 km über der Marsoberfläche gebracht werden.

   b) Berechnen Sie die Umlaufdauer des Satelliten auf der Kreisbahn.

2. Im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter befindet sich der Asteroid Vesta, der im Juli 2011 von der Raumsonde Dawn fotografiert wurde (siehe Bild).
   Die Umlaufdauer beträgt 3a 230d und Vesta nähert sich der Sonne dabei bis auf den minimalen Abstand von 2,1526 AE.
   Bestimmen Sie die numerische Exzentrizität von Vesta.
   Welchen maximalen Abstand von der Sonne erreicht Vesta?



Physik * Jahrgangsstufe 10 * Zwei weitere Aufgaben zu den Gesetzen von Kepler
Lösungen

1. a) kleinster Abstand vom Marsmittelpunkt: $r_{Peri} = 3390\,km + 1040\,km = 4430\,km$

   größter Abstand vom Marsmittelpunkt: $r_{Apo} = 3390\,km + 11880\,km = 15270\,km$

   also $a - e = 4430\,km$ und $a + e = 15270\,km \;\Rightarrow$

   $2a = 4430\,km + 15270\,km = 19700\,km \;\Rightarrow\; a = 9850\,km$ und

   $e = 9850\,km - 4430\,km = 5420\,km$, also $\varepsilon = e : a = 5420 : 9850 = 0{,}550$

   b) Radius r_K der Kreisbahn: $r_K = 3390\,km + 450\,km = 3840\,km$

   $$\frac{T_K{}^2}{r_K{}^3} = \frac{T_{Ellipse}{}^2}{a_{Ellipse}{}^3} \;\Rightarrow\; T_K = T_{Ellipse} \cdot \sqrt{\frac{r_K{}^3}{a_{Ellipse}{}^3}} = (8 \cdot 60 + 14)\,min \cdot \sqrt{\left(\frac{3840}{9850}\right)^3} =$$

   $$494\,min \cdot 0{,}243... = 120\,min$$

2. $$\left(\frac{a_V}{a_E}\right)^3 = \left(\frac{T_V}{T_E}\right)^2 \;\Rightarrow\; a_V = 1\,AE \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{3a\,230\,d}{1{,}00\,a}\right)^2} = 1\,AE \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1325{,}75\,d}{365{,}25\,a}\right)^2} = 2{,}362\,AE$$

   $$r_{Perihel} = (1-\varepsilon) \cdot a_V = 2{,}1526\,AE \;\Rightarrow\; \varepsilon = 1 - \frac{2{,}1526\;AE}{2{,}362\;AE} = 0{,}0887$$

   $$r_{Aphel} = (1+\varepsilon) \cdot a_V = 1{,}0887 \cdot 2{,}362\,AE = 2{,}572\,AE$$