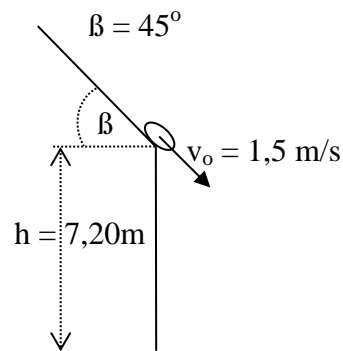


Physik * Jahrgangsstufe 10 * Zwei Aufgaben zum schrägen Wurf

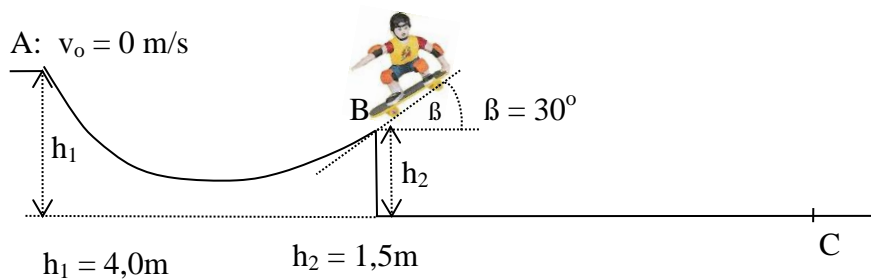
Dachlawine

Von einem Dach löst sich eine Lawine und erreicht an der Dachkante eine Geschwindigkeit von $v_0 = 1,5 \text{ m/s}$.

An welcher Stelle und mit welcher Geschwindigkeit trifft die Lawine am Boden auf?



Skateboarder



Ein Skateboarder (Masse 85 kg) durchfährt die abgebildete Bahn.

Er startet mit der Geschwindigkeit $v_0 = 0 \text{ m/s}$ im Punkt A, springt im Punkt B unter dem Winkel $\beta = 30^\circ$ ab und landet schließlich auf der Waagrechten im Punkt C.

Auf dem Weg von A nach B „verliert“ der Skateboarder wegen der unvermeidlichen Reibung 25% seiner von A nach B gewonnenen mechanischen Energie.

Beim anschließenden Flug des Skateboarders von B nach C soll der Luftwiderstand unberücksichtigt bleiben.

- Bestimmen Sie die Lage des Punktes C und berechnen Sie die Auftreffgeschwindigkeit!
- Welche maximale Höhe erreicht der Skateboarder bei seinem Flug von B nach C?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Zwei Aufgaben zum schrägen Wurf

Dachlawine

$$x(t) = v_{ox} \cdot t \quad \text{mit} \quad v_{ox} = v_o \cdot \cos(\beta)$$

$$y(t) = h - v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{mit} \quad v_{oy} = v_o \cdot \sin(\beta)$$

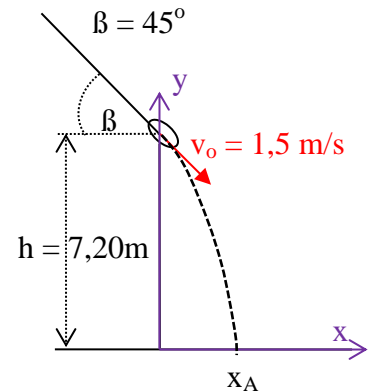
Für den Zeitpunkt t_A des Auftreffens gilt: $y(t_A) = 0$, also

$$h - v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \Leftrightarrow gt^2 + 2 \cdot v_{oy} \cdot t - 2h = 0 \Leftrightarrow$$

$$t_{1/2} = \frac{1}{2g} \cdot (-2 \cdot v_{oy} \pm \sqrt{4 \cdot v_{oy}^2 + 4 \cdot g \cdot 2h})$$

$$t_A = \frac{1}{g} \cdot (-v_{oy} + \sqrt{v_{oy}^2 + 2 \cdot g \cdot h}) = \frac{1}{9,8 \text{ m/s}^2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \sqrt{\frac{1 \cdot 2,25}{2} + 2 \cdot 9,8 \cdot 7,2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 1,10 \text{ s}$$

$$x_A = x(t_A) = v_{ox} \cdot t_A = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 1,10 \text{ s} = 1,16 \dots \text{ m} = 1,2 \text{ m}$$

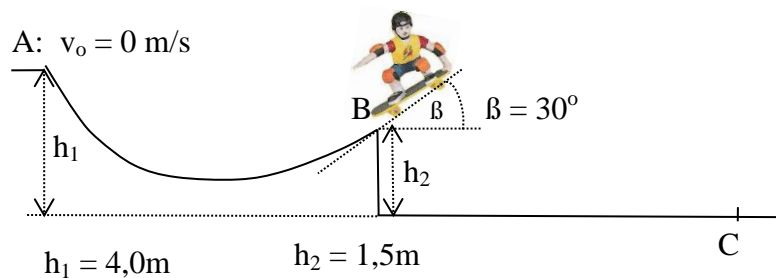


Die Auftreffgeschwindigkeit der Lawine berechnet man am z.B. mit dem Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 \Rightarrow v_A^2 = v_o^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$v_A = \sqrt{1,5^2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 7,2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,79 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Skateboarder



a) von A nach B gewonnene mechanische Energie ΔE :

$$\Delta E = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\text{Geschwindigkeit } v_B \text{ in B: } \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 0,75 \cdot m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 0,75 \cdot g \cdot (h_2 - h_1)} = \sqrt{2 \cdot 0,75 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4,0 \text{ m} - 1,5 \text{ m})} = 6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{"schäger Sprung": } (1) \ x(t) = v_B \cos(\beta) \cdot t \quad (2) \ y(t) = h_2 + v_B \cdot \sin(\beta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$\text{Auftreffzeitpunkt } t_C: \ y(t_C) = 0 \Leftrightarrow h_2 + v_B \cdot \sin(\beta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$g \cdot t_C^2 - 2 \cdot v_B \cdot \sin(\beta) \cdot t_C - 2 \cdot h_2 = 0 \Leftrightarrow g \cdot t_C^2 - v_B \cdot t_C - 2 \cdot h_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$t_C = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(v_B + \sqrt{v_B^2 + 4 \cdot g \cdot 2 \cdot h_2} \right) = \frac{1}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \cdot \left(6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \sqrt{6,1^2 + 4 \cdot 9,8 \cdot 2 \cdot 1,5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 0,95 \text{ s}$$

$$\text{Auftreffstelle } x_C = v_B \cos(\beta) \cdot t_C = 6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 0,95 \text{ s} = 5,0 \text{ m}$$

Auftreffgeschwindigkeit v_C

$$\text{Energieerhaltung: } \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = v_B^2 + 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2 \cdot g \cdot h_2} = \sqrt{\left(6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5\text{m}} = 8,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $v_y(t) = v_B \cdot \sin(\beta) - g \cdot t$

Am höchsten Punkt D der Bahnkurve gilt: $v_y(t_D) = 0 \Leftrightarrow v_B \cdot \sin(\beta) = g \cdot t_D \Leftrightarrow$

$$t_D = \frac{6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin(30^\circ)}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,31\text{s} \quad \text{und}$$

$$y_{\max} = y(t_D) = 1,5\text{m} + \frac{1}{2} \cdot 6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,31\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,31\text{s})^2 = 2,0\text{m}$$