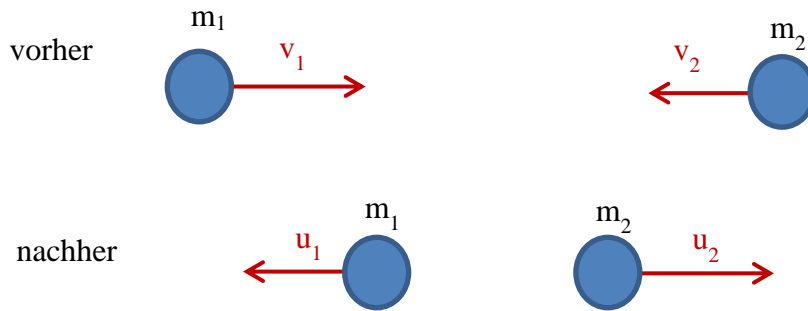


## Physik \* Jahrgangsstufe 10 \* Zentraler, vollkommen elastischer Stoß zweier Massen



Beim vollkommen elastischen zentralen Stoß gilt neben dem Impulserhaltungssatz auch der (mechanische) Energieerhaltungssatz.

Impulserhaltungssatz: (1)  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$

Energieerhaltungssatz: (2)  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

aus (2) folgt:  $m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 = m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2 \Rightarrow m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2)$

$$\Rightarrow m_1 (v_1 - u_1) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \cdot (u_2 + v_2) \quad (*)$$

aus (1) folgt:  $m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 u_2 - m_2 v_2 \Rightarrow m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2)$  in (\*) eingesetzt folgt

$$m_2 (u_2 - v_2) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \cdot (u_2 + v_2) \Rightarrow$$

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \Rightarrow u_2 = v_1 + u_1 - v_2 \quad (\text{bzw. } u_1 = u_2 + v_2 - v_1)$$

$u_2 = v_1 + u_1 - v_2$  eingesetzt in  $m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2)$  liefert  $m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (v_1 + u_1 - v_2 - v_2)$

also  $m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 v_1 + m_2 u_1 - 2m_2 v_2 \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 (v_1 - 2v_2) = u_1 (m_1 + m_2) \Rightarrow$

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \quad \text{analog leitet man her} \quad u_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

### Aufgaben:

1. Eine Kugel der Masse  $m$  stößt vollkommen elastisch und zentral mit der Geschwindigkeit  $v$  eine zunächst ruhende Kugel der gleichen Masse.  
Wie bewegen sich die beiden Kugeln nach dem Stoß?
2. Zwei Kugeln mit den Massen 200g und 500g bewegen sich aufeinander zu und stoßen vollkommen elastisch zentral zusammen. Prüfen Sie, ob es möglich ist, dass
  - a) die schwere Kugel anschließend ruht?
  - b) die leichte Kugel anschließend ruht?
3. Zwei Kugeln bewegen sich aufeinander zu und stoßen zentral vollkommen elastisch zusammen.
  - a) Ist es möglich, dass sich eine der Kugel anschließend mit doppelter Geschwindigkeit in die entgegengesetzte Richtung bewegt, falls die Kugeln gleiche Masse haben?
  - b) Ist es möglich, dass sich die leichtere Kugel anschließend mit 5-facher Geschwindigkeit in die entgegengesetzte Richtung bewegt, falls die schwerere Kugel die doppelte Masse der leichteren besitzt?
  - c) Ist es möglich, dass sich die schwerere Kugel anschließend mit doppelter Geschwindigkeit in die entgegengesetzte Richtung bewegt, falls die schwerere Kugel die 5-fache Masse der leichteren besitzt?

**Physik \* Jahrgangsstufe 10 \* Zentraler, vollkommen elastischer Stoß zweier Massen**  
**Lösung**

1.  $m_1 = m_2 = m$  und  $v_1 = v$  und  $v_2 = 0 \Rightarrow$

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} = \frac{m(v + 0 - v)}{2m} = 0 \quad \text{und} \quad u_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = \frac{m \cdot (2v)}{2m} = v$$

D.h. die ankommende Kugel bleibt stehen und die zunächst ruhende bewegt sich mit Geschwindigkeit der ersten Kugel weiter. Ersichtlich sind dabei beide Erhaltungssätze für Impuls und mechanische Energie erfüllt.



2. a)  $m_1 = 200\text{g}$   $m_2 = 500\text{g}$  und es soll gelten  $u_2 = 0$

$$u_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = 0 \Leftrightarrow m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$500\text{g} \cdot v_2 + 200\text{g} \cdot (2v_1 - v_2) = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot v_2 + 2 \cdot (2v_1 - v_2) = 0 \Leftrightarrow 3v_2 + 4v_1 = 0 \Leftrightarrow v_1 = -\frac{3}{4}v_2$$

Z.B. mit  $v_2 = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und  $v_1 = -0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ist der Vorgang möglich (und für die leichte Kugel

gilt dann  $u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot (-0,75) + 5 \cdot (2,0 + 0,75)}{2 + 5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ).

b)  $m_1 = 200\text{g}$   $m_2 = 500\text{g}$  und es soll gelten  $u_1 = 0$

$$u_1 = 0 \Leftrightarrow m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1) = 0 \Leftrightarrow 2v_1 + 5(2v_2 - v_1) = 0 \Leftrightarrow 10v_2 = 3v_1 \Leftrightarrow v_2 = 0,3v_1$$

Beide Kugeln müssen sich also vor dem Stoß in die gleiche Richtung bewegen, z.B. mit  $v_1 = 1,0 \text{m/s}$  und  $v_2 = 0,30 \text{m/s}$ .

Die schwere Kugel bewegt sich danach mit  $u_2 = \frac{5 \cdot 0,3v_1 + 2 \cdot (2v_1 - 0,3v_1)}{2 + 5} = 0,7v_1$  weiter.

2. a)  $m_1 = m_2 = m$  und es soll z.B. gelten  $u_1 = -2v_1$

$$u_1 = -2v_1 \Rightarrow \frac{m v_1 + m (2v_2 - v_1)}{m + m} = -2v_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (v_1 + 2v_2 - v_1) = -2v_1 \Leftrightarrow v_2 = -2v_1$$

es folgt dann  $u_2 = \frac{m v_2 + m (2v_1 - v_2)}{m + m} = \frac{1}{2} \cdot (v_2 + 2v_1 - v_2) = v_1$

D.h. die beiden Kugeln tauschen einfach ihre Geschwindigkeiten.

b)  $m_1 = 2m_2$  und  $u_2 = -5v_2 \Rightarrow$

$$\frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = -5v_2 \Rightarrow \frac{m_2 v_2 + 2m_2 (2v_1 - v_2)}{2m_2 + m_2} = -5v_2 \Rightarrow \frac{v_2 + 2(2v_1 - v_2)}{2 + 1} = -5v_2 \Rightarrow$$

$$v_2 + 4v_1 - 2v_2 = -3 \cdot 5v_2 \Rightarrow 4v_1 = -14v_2 \Rightarrow v_1 = -3,5v_2$$

Der Vorgang ist möglich, z.B. mit  $v_2 = 1,0 \text{m/s}$  und  $v_1 = -3,5 \text{m/s}$ .

c)  $m_1 = 5m_2$  und  $u_1 = -2v_1 \Rightarrow$

$$\frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} = -2v_1 \Rightarrow \frac{5m_2 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{5m_2 + m_2} = -2v_1 \Rightarrow \frac{5v_1 + 1 \cdot (2v_2 - v_1)}{5 + 1} = -2v_1 \Rightarrow$$

$$5v_1 + 2v_2 - v_1 = -6 \cdot 2v_1 \Rightarrow 2v_2 = -16v_1 \Rightarrow v_2 = -8v_1$$

Der Vorgang ist möglich, z.B. mit  $v_1 = 1,0 \text{m/s}$  und  $v_2 = -8,0 \text{m/s}$