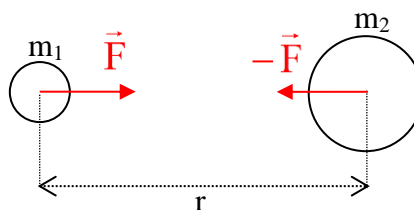


Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zum Gravitationsgesetz

Gravitationsgesetz:

Zwei Massen m_1 und m_2 im Abstand r voneinander ziehen sich mit der Gravitationskraft F_{grav} an.

$$F_{\text{grav}} = G^* \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{mit} \quad G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$



Hierbei ist G^* eine wichtige Naturkonstante, die so genannte die **Gravitationskonstante**.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie jeweils die Masse der Erde nur aus den angegebenen Werten.
 - Erdradius $R_{\text{Erde}} = 6370 \text{ km}$ und Erdbeschleunigung $g = 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N/kg}$,
 - Abstand Erde – Mond : $d = 60,3 R_{\text{Erde}}$ und Umlaufdauer des Mondes $T = 27,1$ Tage.

- Bestimmen Sie die Masse der Sonne nur aus den drei folgenden Angaben.

$G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$ und Umlaufdauer der Erde um die Sonne $T = 365,26$ Tage und Abstand Erde – Sonne $d = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1 \text{ AE}$ (eine astronomische Einheit)

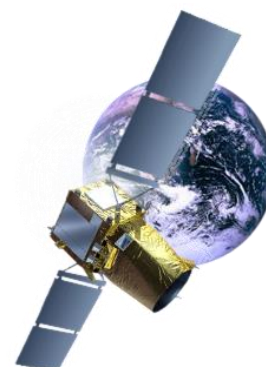
- Vom Marsmond Phobos sind die folgenden Daten bekannt:
Mittlere Entfernung vom Marsmittelpunkt ca. 9380 km
Umlaufdauer $0,32$ Tage
Der mittlere Durchmesser des Mars beträgt 6760 km .
Bestimmen Sie allein aus diesen Angaben die Gewichtskraft eines „grünen Männchens“ der Masse 10 kg auf der Marsoberfläche.



- Der Marsmond Deimos umkreist den Mars ($m_{\text{Mars}} = 6,40 \cdot 10^{23} \text{ kg}$) auf einer Kreisbahn mit dem Radius $23,5 \cdot 10^3 \text{ km}$.

- Mit welcher Geschwindigkeit umrundet Deimos den Mars?
- Wie lange braucht Deimos für einen Marsumlauf?

- Ein Fernseh- oder Wettersatellit muss sich immer über derselben Stelle der Erdoberfläche aufhalten. Man nennt solche Satelliten auch geostationär. In welcher Höhe über der Erdoberfläche muss sich ein solcher Satellit befinden?
($R_{\text{Erde}} = 6370 \text{ km}$; $M_{\text{Erde}} = 5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg}$)



- Die Fallbeschleunigung beträgt auf der Erdoberfläche $9,8 \text{ m/s}^2$.
 - Wie groß ist die Fallbeschleunigung in einer Höhe von 500 km über der Erdoberfläche?
 - In welcher Höhe über der Erdoberfläche beträgt die Erdbeschleunigung nur noch $5,0 \text{ m/s}^2$?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zum Gravitationsgesetz * Lösungen

1. a) Für die Gewichtskraft einer Masse m auf der Erdoberfläche gilt

$$m \cdot g = F_G = F_{\text{grav}} = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{R_{\text{Erde}}^2} \Rightarrow M_{\text{Erde}} = \frac{g \cdot R_{\text{Erde}}^2}{G^*} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{b) } F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{grav}} \Leftrightarrow m_M \cdot \omega^2 \cdot d = G^* \cdot \frac{m_M \cdot M_{\text{Erde}}}{d^2} \Leftrightarrow$$

$$M_{\text{Erde}} = \frac{4\pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G^*} = \frac{4\pi^2 \cdot (60,3 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{(27,1 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 6,1 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$2. F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{grav}} \Leftrightarrow m_E \cdot \omega^2 \cdot d = G^* \cdot \frac{m_E \cdot M_{\text{Sonne}}}{d^2} \Leftrightarrow$$

$$M_{\text{Sonne}} = \frac{4\pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G^*} = \frac{4\pi^2 \cdot (1,496 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{(365,26 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

3. Zuerst ermittelt man wie in Aufgabe 2 die Masse des Mars

$$M_{\text{Mars}} = \frac{4\pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G^*} = \frac{4\pi^2 \cdot (9,38 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{(0,32 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 6,39 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$\text{Dann } F_G = F_{\text{grav}} = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Mars}}}{R_{\text{Mars}}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{10 \text{ kg} \cdot 6,39 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(6,76 \cdot 10^6 \text{ m} : 2)^2} = 37 \text{ N}$$

$$4. \text{ a) } F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{grav}} \Leftrightarrow m_D \cdot \frac{v_D^2}{r} = G^* \cdot \frac{m_D \cdot m_{\text{Mars}}}{r^2} \Rightarrow$$

$$v_D = \sqrt{\frac{G^* \cdot m_{\text{Mars}}}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,40 \cdot 10^{23}}{23,5 \cdot 10^6}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,35 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 23,5 \cdot 10^6 \text{ m}}{1,35 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}} = 30,4 \text{ h}$$



$$5. F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{grav}} \Leftrightarrow m_{\text{Sat}} \cdot \omega^2 \cdot r = G^* \cdot \frac{m_{\text{Sat}} \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \Leftrightarrow r^3 = \frac{G^* \cdot M_{\text{Erde}} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G^* \cdot M_{\text{Erde}} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,977 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 3600)^2}{4 \cdot \pi^2}} \text{ m} = 42,2 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$h = r - R_{\text{Erde}} = 42,2 \cdot 10^3 \text{ km} - 6370 \text{ km} = 36 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$6. \text{ a) } m \cdot g(r) = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2} \Rightarrow g(r) \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{g(R_E + 500 \text{ km})}{g(R_E)} = \frac{R_E^2}{(R_E + 500 \text{ km})^2} \Rightarrow$$

$$g(R_E + 500 \text{ km}) = \frac{R_E^2}{(R_E + 500 \text{ km})^2} \cdot g(R_E) = \frac{6370^2}{6870^2} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{b) } \frac{5,0 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} = \frac{R_E^2}{(R_E + h)^2} \Rightarrow R_E + h = R_E \cdot \sqrt{\frac{9,8}{5,0}} \Rightarrow$$

$$h = R_E \cdot \left(\sqrt{\frac{9,8}{5,0}} - 1 \right) = 0,4 R_E = 2,55 \cdot 10^3 \text{ km}$$

