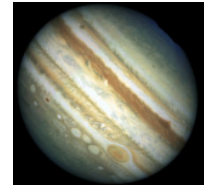


Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zum Gravitationsgesetz

1. Jupiter und sein Mond Kallisto

Der Mond Kallisto umkreist den Jupiter in 16 Tagen 17 Stunden auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r = 1,88 \cdot 10^6$ km.



- Bestimmen Sie aus diesen Daten und der Gravitationskonstanten $G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ die Masse des Jupiter ($M_{\text{Jupiter}} = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$)
- Der Jupiter hat einen Durchmesser von $d = 1,43 \cdot 10^5$ km. Ermitteln Sie die Fallbeschleunigung an der Oberfläche des Jupiter. ($g_{\text{Jupiter}} = 24,7 \text{ m/s}^2$)
- Welche Gewichtskraft „spürt“ ein Mensch der Masse 80 kg auf der Jupiteroberfläche? ($F_G = 2,0 \text{ kN}$)

2. Astronaut Pirx

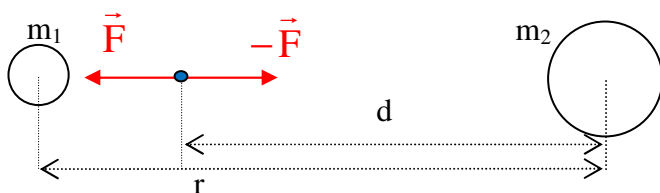
Astronaut Pirx nähert sich in einem fernen Sonnensystem mit seinem Raumschiff einem unbekanntem Planeten und schwenkt in eine kreisförmige Umlaufbahn ein. Die Bordinstrumente zeigen an, dass die Umlaufbahn einen Radius von 4610 km hat und sich das Raumschiff 400 km über der Planetenoberfläche befindet. Für eine Umrundung des Planeten benötigt Pirx 1 Stunde 37 Minuten. ($G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$)

- Berechnen Sie die Masse des unbekanntem Planeten. (Ergebnis: $1,7 \cdot 10^{24} \text{ kg}$)
- Pirx landet auf dem Planeten mit seinem Landemodul. Mit welcher Fallbeschleunigung muss er auf der Planetenoberfläche rechnen? (Ergebnis: $6,4 \text{ m/s}^2$)
- Der Rückstart des Landemoduls (Gesamtmasse 3,8 Tonnen) zum Raumschiff soll mit einer Anfangsbeschleunigung von $5,0 \text{ m/s}^2$ erfolgen. Welche Schubkraft muss der Raketenantrieb dazu liefern? Wie hoch ist die erforderliche Austrittsgeschwindigkeit der Verbrennungsgase, wenn pro Sekunde 18 kg davon ausgestoßen werden? (Teilergebnis: $F_{\text{Schub}} = 43 \text{ kN}$)

3. Schwerelos zwischen Erde und Mond (Aufgabe für Experten)

Auf der Verbindungslinie zweier astronomischer Körper mit den Massen m_1 und m_2 im Abstand r voneinander gibt es einen Punkt, an dem sich die beiden Gravitationskräfte gerade wechselseitig aufheben. D. h. ein Gegenstand, der sich an dieser Stelle befindet, wird von beiden Himmelskörpern mit gleicher Stärke angezogen und kann deshalb an dieser Stelle in Ruhe verharren.

- Zeigen Sie, dass dieser Punkt von m_2 den Abstand $d = \frac{r}{1 + \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}}$ hat (siehe Bild!).



- Ermitteln Sie nun die Lage dieses Punktes für Erde und Mond, wenn gilt:
 $r = 384 \cdot 10^3 \text{ km}$ und
 $M_{\text{Mond}} = 0,0123 \cdot M_{\text{Erde}}$

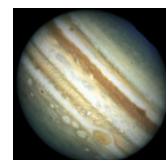
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zum Gravitationsgesetz * Lösungen

1. a) $F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{grav}} \Leftrightarrow m_K \cdot \omega^2 \cdot r = G^* \cdot \frac{m_K \cdot M_{\text{Jupiter}}}{r^2} \Leftrightarrow$

$$M_{\text{Jupiter}} = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot G^*} = \frac{4\pi^2 \cdot (1,88 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{((16 \cdot 24 + 17) \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

b) $m \cdot g_{\text{Jupiter}} = G^* \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Jupiter}}}{R_{\text{Jupiter}}^2} \Rightarrow g_{\text{Jupiter}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{(1,43 \cdot 10^8 \text{ m} : 2)^2} = 24,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $F_G = m \cdot g_{\text{Jupiter}} = 80 \text{ kg} \cdot 24,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2,0 \text{ kN}$



2. a) $m_{\text{RS}} \cdot \omega^2 \cdot r_{\text{RS}} = G^* \cdot \frac{m_{\text{RS}} \cdot M_{\text{P}}}{r_{\text{RS}}^2} \Rightarrow$

$$M_{\text{P}} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{\text{RS}}^3}{T^2 \cdot G^*} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (4,61 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{(97 \cdot 60 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = 1,7 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

b) $m_1 \cdot g_{\text{P}} = G^* \cdot \frac{m_1 \cdot M_{\text{P}}}{r_{\text{P}}^2} \Rightarrow g_{\text{P}} = \frac{G^* \cdot M_{\text{P}}}{r_{\text{P}}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 1,7 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{((4610 - 400) \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 6,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $F = a \cdot m = F_{\text{Schub}} - F_G \Rightarrow$

$$F_{\text{Schub}} = a \cdot m + g_{\text{P}} \cdot m = (a + g_{\text{P}}) \cdot m = (5,0 + 6,4) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3800 \text{ kg} = 43 \text{ kN}$$

$$F_{\text{Schub}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v_{\text{Gas}} = \frac{18 \text{ kg}}{1 \text{ s}} \cdot v_{\text{Gas}} \Rightarrow v_{\text{Gas}} = \frac{43000 \text{ N}}{18 \text{ kg}} = 2,4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

3. a) $G^* \cdot \frac{m_{\text{Gegenstand}} \cdot m_1}{(r-d)^2} = G^* \cdot \frac{m_{\text{Gegenstand}} \cdot m_2}{d^2} \Rightarrow \frac{m_1}{(r-d)^2} = \frac{m_2}{d^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(r-d)^2}{d^2} \Rightarrow$

$$\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{r-d}{d} \Rightarrow \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{r}{d} - 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} + 1 = \frac{r}{d} \Rightarrow$$

$$\frac{d}{r} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}} \Rightarrow d = \frac{r}{1 + \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$$

b) $d = \frac{384 \cdot 10^3 \text{ km}}{1 + \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}} = \frac{384 \cdot 10^3 \text{ km}}{1 + \sqrt{\frac{0,0123 m_2}{m_2}}} = \frac{384 \cdot 10^3 \text{ km}}{1 + \sqrt{0,0123}} =$

$$d = 0,900 \cdot 384 \cdot 10^3 \text{ km} = 346 \cdot 10^3 \text{ km}$$