Mathematik * Jahrgangsstufe 9
Wichtige Lerninhalte zum Themenbereich quadratische Funktionen

Quadratische Gleichungen:

Normalform der quadratischen Gleichung: $ax^2 + bx + c = 0$

Zugehörige Diskriminante D: $D = b^2 - 4ac$

Keine Lösung für $D < 0$, für $D > 0$ zwei Lösungen $x_{1/2} = \frac{1}{2\cdot a}\left(-b \pm \sqrt{D}\right)$

Genau eine Lösung für $D = 0$, nämlich $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2\cdot a}$

Spezialfälle:

$$ax^2 + c = 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 = -\frac{c}{a} \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{falls } -\frac{c}{a} \ge 0$$

$$ax^2 + bx = 0 \;\Leftrightarrow\; ax\cdot(x + \frac{b}{a}) = 0 \;\Leftrightarrow\; x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{b}{a}$$

Satz von Vieta:

Hat $x^2 + bx + c = 0$ die Lösungen x_1 und x_2, dann kann man schreiben

$x^2 + bx + c = (x - x_1)\cdot(x - x_2)$ d.h. $x_1 \cdot x_2 = c$ und $x_1 + x_2 = -b$

allgemein:

Hat $ax^2 + bx + c = 0$ die Lösungen x_1 und x_2, dann gilt

$ax^2 + bx + c = a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)$

Quadratische Funktionen:

Normalform: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelform: $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ mit dem Scheitel bei $S(x_S / y_S)$

Umrechnen von Scheitelform in Normalform durch ***Ausmultiplizieren***.
Umrechnen von Normalform in Scheitelform durch ***quadratische Ergänzung***.

Quadratische Ergänzung:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}\cdot x + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right) + c = a\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 - a\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^2 + c$$

Nullstellen einer quadratischen Funktion (Schnittstellen der Parabel mit x-Achse):
Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$ d.h. $ax^2 + bx + c = 0$

Schnittstellen von Parabel (Funktionsterm p(x)) und Gerade (Funktionsterm g(x))

$p(x) = g(x) \;\Leftrightarrow\; ax^2 + bx + c = mx + t \;\Leftrightarrow\; ax^2 + (b - m)x + c - t = 0$ mit zugehöriger Diskriminante $D = (b - m)^2 - 4\cdot a\cdot(c - t)$

Für $D < 0$ schneiden sich Parabel und Tangente nicht.
Für $D > 0$ gibt es zwei Schnittpunkte.
Für $D = 0$ ist die Gerade eine Tangente an die Parabel, d.h. Parabel und Gerade berühren sich.

Extremwertaufgaben:

Lässt sich eine Größe $s = s(x)$ [z.B. eine Streckenlänge $s = s(x)$] als quadratische Funktion einer Variablen x darstellen, so nimmt diese Größe s ihr Maximum bzw. Minimum an der Stelle des Scheitels der zugehörigen Parabel an. Man schreibt deshalb den Funktionsterm $s(x)$ mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung in Scheitelform an. x_S gibt dann die Stelle an, an der dieser Extremwert angenommen wird und y_S entspricht diesem Extremwert.