Mathematik * Wiederholungsaufgaben für die Klasse 9 zum Stoff der 8. Klasse

1. Ein Kreis hat den Radius r und den Umfang $U = 100cm$.
   Runde bei allen folgenden Aufgaben angemessen!
   a) Wie groß ist der Radius des Kreises? Wie groß der Flächeninhalt?
   b) Der Umfang soll um 20cm zunehmen. Wie muss der Radius dafür geändert werden?
   c) Der Umfang wird verdreifacht. Wie verändert sich dabei der Radius bzw. der Flächeninhalt?
   Die Erde hat einen Radius von etwa 6370 km.
   d) Wie viele Kilometer misst der Äquator?

2. Eine Gerade g geht durch die Punkte $A(1/4)$ und $B(-3;1)$.
   a) Zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem
   b) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden g.
   Kennst du verschiedene Methoden dafür?
   c) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes von g mit der x-Achse.
   d) Die Gerade h wird durch $4x + 5y = 2$ beschrieben.
   Trage h in die Zeichnung aus 2a) ein.
   Bestimme aus der Zeichnung näherungsweise die Koordinaten des Schnittpunktes S der beiden Geraden.
   e) Berechne nun die Koordinaten von S.

3. Peter wirft gleichzeitig zwei Würfel.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt Peter zwei Sechser?
   b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt Peter keinen Sechser?
   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt Peter zwei verschiedene Ziffern?
   d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt Peter zwei aufeinander folgende Ziffern?
   e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt Peter die Augensumme 5?

4. Ein Rechteck R1 mit der Seitenlänge $a = 6cm$ hat den Flächeninhalt $A = 90cm^2$.
   a) Gib die Seitenlängen von zwei verschiedenen Rechtecken an, die zum Rechteck R1 ähnlich sind.
   b) Wie groß sind die Seitenlängen eines zu R1 ähnlichen Rechtecks mit dem Flächeninhalt $40cm^2$.
   c) Wann sind zwei Dreiecke zueinander ähnlich?

5. Löse die folgenden Gleichungen.

   a) $2x - 3 = 12$ b) $0{,}5x + 2 = 2x - 4{,}5$

   c) $5 \cdot (0{,}2x + 3{,}5) - 2 = 2 \cdot (x + 6{,}25)$ d) $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{5x}$

6. Findest Du durch geschicktes Probieren eine Lösung der Gleichung?

   a) $x^2 = \frac{36}{225}$ b) $x^2 = \frac{18}{98}$ c) $(x-1)^2 = 7{,}25 - 2x$

   Hans behauptet, dass es jeweils mehr als nur eine Lösung gibt. Hat Hans Recht?

Wiederholungsaufgaben für die Klasse 9 zum Stoff der 8. Klasse * Lösungen

1\. a) $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ und $A = r^2 \cdot \pi$ (mit $\pi \approx 3{,}14$ oder $\pi \approx 2\frac{1}{7}$) ;

also $100\,cm = 2 \cdot r \cdot \pi$ d.h. $r = \frac{100\,cm}{2 \cdot \pi} \approx 15{,}9\,cm$

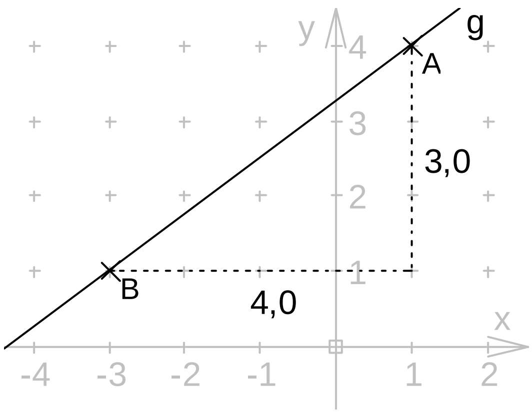
$A = r^2 \cdot \pi = r \cdot r \cdot \pi = r \cdot \frac{1}{2} U \approx 15{,}9cm \cdot \frac{1}{2} \cdot 100cm = 795\,cm^2$

b) $U_{neu} = U + 20cm = U + 0{,}2 \cdot U = 1{,}2 \cdot U$ und da U und r zueinander proportional sind, muss auch der Radius auf das 1,2-fache zunehmen.
$r_{neu} = 1{,}2 \cdot r \approx 1{,}2 \cdot 15{,}9cm \approx 19{,}1cm$

c) Der Radius verdreifacht sich ebenfalls! Also $r_{neu} = 3 \cdot r \approx 3 \cdot 15{,}9cm = 47{,}7cm$
Wegen $A = r^2 \cdot \pi$ und damit A proportional zu r^2 vergrößert sich der Flächeninhalt auf das $3^3 = 9$-fache des ursprünglichen Wertes.

d) $U = 2 \cdot r \cdot \pi \approx 2 \cdot 6370\,km \cdot 3{,}14 = 40003{,}6\,km \approx 40\,000\,km$

2\. a) siehe Bild



b) $y = m\,x + t$
Steigung $m = \frac{3}{4} = 0{,}75$
also $y = 0{,}75\,x + t$
Punkt A(1/4) einsetzen:
$4 = 0{,}75 \cdot 1 + t \;\Rightarrow\; t = 3{,}25$
und damit $y = 0{,}75\,x + 3{,}25$

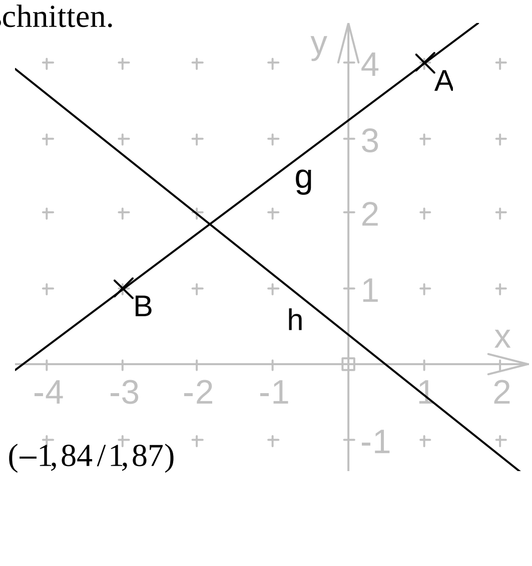
Oder beide Punkte A(1/4) und B(-3/1) in $y = m\,x + t$ einsetzen:
(1) $4 = m \cdot 1 + t \;\Rightarrow\; t = 4 - m$ in (2) eingesetzt:
(2) $1 = m \cdot (-3) + t$
$1 = -3m + 4 - m \;\Rightarrow\; 4m = 3 \;\Rightarrow\; m = 0{,}75$ in (1) eingesetzt:
$t = 4 - m = 4 - 0{,}75 = 3{,}25$
also $y = 0{,}75\,x + 3{,}25$

c) Schnittpunkt mit x-Achse:
in $y = 0{,}75\,x + 3{,}25$ muss $y = 0$ gelten, d.h. $0 = 0{,}75\,x + 3{,}25$ also $x = -4\frac{1}{3}$

Die x-Achse wird im Punkt $(-4\frac{1}{3} / 0)$ geschnitten.

d) $S \approx (-1{,}8 / 1{,}9)$

e) $S(x_S/y_S)$ liegt auf beiden Geraden, d.h. es gilt
(1) $y_S = 0{,}75\,x_s + 3{,}25$ in (2) eingesetzt
(2) $4x_S + 5y_S = 2$
$4x_S + 5 \cdot (0{,}75\,x_s + 3{,}25) = 2 \;\Rightarrow$
$4x_S + 3{,}75\,x_S + 16{,}25 = 2 \;\Rightarrow$
$7{,}75\,x_S = -14{,}25 \;\Rightarrow\; x_S = -1\frac{26}{31} \approx -1{,}84$
$y_S = 0{,}75\,x_s + 3{,}25 = 1\frac{27}{31} \approx 1{,}87$ also $S \approx (-1{,}84 / 1{,}87)$



3. a) $P(\text{"2 Sechser"}) = \frac{1}{6 \cdot 6} \approx 2{,}8\%$

b) $P(\text{"kein Sechser"}) = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 6} = \frac{25}{36} \approx 69{,}4\%$

c) $P(\text{"2 verschiedene Ziffern"}) = \frac{6 \cdot 5}{6 \cdot 6} = \frac{5}{6} \approx 83{,}3\%$

d) $P(\text{"2 aufeinanderfolgende Ziffern"}) = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 6} = \frac{5}{18} \approx 27{,}8\%$

e) $5 = 1+4 = 2+3 = 3+2 = 4+1$; also $P(\text{"Augensumme 5"}) = \frac{4}{6 \cdot 6} = \frac{1}{9} \approx 11{,}1\%$

4. Rechteck R1 hat die Seitenlängen $a = 6\text{cm}$ und $b = 90\text{cm}^2 : 6\text{cm} = 15\text{cm}$.

a) $a : b = 6 : 15 = 2 : 5$, jedes zu R1 ähnliche Rechteck hat damit zwei Seitenlängen, die im Verhältnis $2 : 5$ stehen.
Z.B. liefert $a_1 = 2\text{cm}$ und $b_1 = 5\text{cm}$ ein ähnliches Rechteck.
Und das gilt auch für $a_2 = 4\text{cm}$ und $b_2 = 10\text{cm}$.

b) Es muss gelten: (1) $a : b = 2 : 5$ d.h. $a = 0{,}4\, b$
(2) $a \cdot b = 40\,\text{cm}^2$
Setzt man (1) in (2) ein, so erhält man
$0{,}4 \cdot b \cdot b = 40\,\text{cm}^2 \Rightarrow b \cdot b = 100\text{cm}^2 \Rightarrow b = 10\text{cm}$ und $a = 4\,\text{cm}$

c) Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn z.B. gilt:
- Die beiden Dreiecke stimmen in zwei Winkeln überein.
- Das Verhältnis der drei Seiten stimmt in den beiden Dreiecken überein, d.h. $a_1 : b_1 : c_1 = a_2 : b_2 : c_2$

5. a) $2x - 3 = 12 \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = 7{,}5$

b) $0{,}5x + 2 = 2x - 4{,}5 \Rightarrow 6{,}5 = 1{,}5x \Rightarrow x = \frac{6{,}5}{1{,}5} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

c) $5 \cdot (0{,}2x + 3{,}5) - 2 = 2 \cdot (x + 6{,}25) \Rightarrow x + 17{,}5 - 2 = 2x + 12{,}5 \Rightarrow$
$15{,}5 = x + 12{,}5 \Rightarrow x = 3$

d) $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{5x} \Rightarrow \frac{3 \cdot 5x}{(x-2) \cdot 5x} = \frac{2 \cdot (x-2)}{5x \cdot (x-2)} \Rightarrow 3 \cdot 5x = 2 \cdot (x-2) \Rightarrow$
$15x = 2x - 4 \Rightarrow 13x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{13}$

6. a) $x^2 = \frac{36}{225}$ für x passt sowohl $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ als auch $-0{,}4$.
Hans hat also nicht Recht.

b) $x^2 = \frac{18}{98} \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{49} \Leftrightarrow x = \frac{3}{7}$ oder $x = -\frac{3}{7}$.

c) $x^2 - 2x + 1 = 7{,}25 - 2x \Leftrightarrow x^2 = 6{,}25 \Leftrightarrow x^2 = 2{,}5^2$
$x = 2{,}5$ oder $x = -2{,}5$ passen also als Lösungen!
Man sagt auch, es gibt die beiden Lösungen $x_1 = 2{,}5$ und $x_2 = -2{,}5$