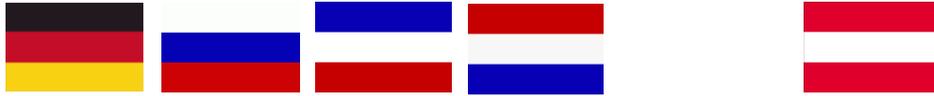


Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Kombinatorik-Aufgaben

1. Auf einem Fragebogen sollen die drei Merkmale „Geschlecht“, „Familienstand“ (mit 4 Ausprägungen) und „Konfession“ (mit 3 Ausprägungen) angegeben werden. Wie viele unterschiedlich ausgefüllte Fragebögen kann es höchstens geben?
2. Mit den Farben Schwarz, Blau, Rot, Gelb und Weiß sollen Flaggen mit drei Streifen gebildet werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn die Reihenfolge eine Rolle spielt und
 - a) drei verschiedene Farben gewählt werden sollen?



- b) auch zwei Farben reichen (wobei natürlich Streifen mit gleicher Farbe nicht benachbart sein sollen?)
3. Für ein Passwort darf man die 26 Buchstaben des Alphabets und zusätzlich die 10 Ziffern von 0 bis 9 verwenden. Wie viele Passwörter lassen sich bilden, wenn das Passwort
 - a) aus genau 5 Zeichen bestehen soll?
 - b) aus genau 5 verschiedenen Zeichen bestehen soll?
 - c) genau eine Ziffer und 4 Buchstaben enthalten soll?
 - d) genau eine Ziffer und 4 verschiedene Buchstaben enthalten soll?
 4. Eine Urne enthält 50 Lose, 40 davon sind Nieten und 10 Lose bringen einen Gewinn. Klaus zieht aus der Urne 5 Lose. Bestimme die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A = „Klaus zieht nur Nieten“ B = „Klaus zieht nur Gewinnlose“
C = „Klaus zieht mindestens ein Gewinnlos“
D = „Klaus zieht genau ein Gewinnlos“ E = „Klaus zieht mehr als ein Gewinnlos“
 5. a) Bei einem Multiple-Choice-Test soll Anton vier Fragen beantworten. Zu jeder Frage gibt es dabei genau zwei Lösungsmöglichkeiten. Anton hat keine Ahnung und kreuzt ganz zufällig die Antworten an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beantwortet Anton genau die Hälfte der Fragen richtig?
b) Berta steht ahnungslos vor der gleichen Aufgabe wie Anton, nur hat sie statt 4 gleich 10 Fragen zu beantworten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit errät sie genau die Hälfte der Fragen richtig? Was fällt die auf?

6. Beim Poker mit 52 Karten (4 Farben zu je 13 Werten) erhält ein Spieler 5 Karten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt ein Spieler
 - a) vier Asse?
 - b) einen (beliebigen) Vierling?
 - c) drei Könige und eine „7“ und eine „8“?
 - d) ein Fullhouse (ein Drilling und ein Pärchen)?
 - e) nur Karten einer Farbe?
 - f) fünf unterschiedliche Werte?
 - g) zwei Herz und drei Pik?
 - h) ein Doppelpärchen?



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Kombinatorik-Aufgaben * Lösungen

1. Es kann höchstens $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ unterschiedlich ausgefüllte Fragebögen geben.

2. Fünf Farben, Flagge mit drei Streifen

a) Mit drei verschiedenen Farben gibt es $\binom{5}{3} \cdot 3! = 60$ unterschiedliche Flaggen.



b) Wenn auch zwei Farben reichen, dann gibt es zusätzlich $\binom{5}{2} \cdot 2 = 20$ weitere Flaggen, also insgesamt $60 + 20 = 80$ unterschiedliche Flaggen.

3. a) Es gibt $(26+10)^5 = 36^5 = 60466176$ verschiedene Passwörter.

b) Nun gibt es nur noch $\binom{36}{5} \cdot 5! = 45239040$ verschiedene Passwörter.

c) Bei genau einer Ziffer und 4 Buchstaben: $\binom{10}{1} \cdot 26^4 \cdot 5 = 22848800$

d) Bei einer Ziffer und 4 verschiedenen Buchstaben: $\binom{10}{1} \cdot \binom{26}{4} \cdot 5! = 17940000$

4. Urne mit 50 Losen, davon 40 Nieten und 10 Gewinne. 5 Lose werden gezogen.

$$|\Omega| = \binom{50}{5} = 2118760$$

$$\text{a) } |A| = |\text{"nur Nieten"}| = \binom{40}{5} = 658008 \Rightarrow P(A) = \frac{658008}{2118760} \approx 31,1\%$$

$$\text{b) } |B| = |\text{"nur Gewinne"}| = \binom{10}{5} = 252 \Rightarrow P(B) = \frac{252}{2118760} \approx 0,012\%$$

$$\text{c) } |C| = |\text{"mindestens 1 Gewinn"}| = |\Omega| - |A| \Rightarrow P(C) = 1 - P(A) \approx 68,9\%$$

$$\text{d) } |D| = |\text{"genau 1 Gewinn"}| = \binom{10}{1} \cdot \binom{40}{4} = 913900 \Rightarrow P(D) = \frac{913900}{2118760} \approx 43,1\%$$

$$\text{e) } |E| = |\text{"mehr als 1 Gewinn"}| = |\Omega| - |A| - |D| \Rightarrow P(E) = 1 - P(A) - P(D) \approx 25,8\%$$

5. Multiple-Choice-Test mit 4 Fragen mit jeweils 2 Antwortmöglichkeiten und zufälliges Ankreuzen der Antworten:

$$\text{a) } |\Omega| = 2^4 = 16 \text{ und } |A| = |\text{"genau die Hälfte richtig"}| = \binom{4}{2} = 6 \Rightarrow$$

$$P(A) = \frac{6}{16} = 37,5\%$$

$$\text{b) } |\Omega| = 2^{10} = 1024 \text{ und } |B| = |\text{"genau die Hälfte richtig"}| = \binom{10}{5} = 252 \Rightarrow$$

$$P(B) = \frac{252}{1024} \approx 24,6\%$$

6. Poker mit 52 Karten (4 Farben zu je 13 Werten) ; Spieler erhält 5 Karten.

$$|\Omega| = \binom{52}{5} = 2598960$$

$$\text{a) } |A| = |\text{"4 Asse"}| = \binom{4}{4} \cdot \binom{48}{1} = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{48}{2598960} \approx 0,00185\%$$

$$\text{b) } |B| = |\text{"ein Vierling"}| = |A| \cdot 13 = 624 \Rightarrow P(B) = \frac{624}{2598960} \approx 0,0240\%$$

$$\text{c) } |C| = |\text{"3 Könige, 1x7, 1x8"}| = \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{4}{1} = 64 \Rightarrow P(C) = \frac{64}{2598960} \approx 0,00246\%$$

$$\text{d) } |D| = |\text{"Fullhouse"}| = \binom{13}{1} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{12}{1} \cdot \binom{4}{2} = 3744 \Rightarrow P(D) = \frac{3744}{2598960} \approx 0,144\%$$

$$\text{e) } |E| = |\text{"nur eine Farbe"}| = \binom{4}{1} \cdot \binom{13}{5} = 5148 \Rightarrow P(E) = \frac{5148}{2598960} \approx 0,198\%$$

$$\text{f) } |F| = |\text{"5 unterschiedliche Werte"}| = \binom{13}{5} \cdot \binom{4}{1}^5 = 5148 \Rightarrow P(E) = \frac{5148}{2598960} \approx 0,198\%$$

$$\text{g) } |G| = |\text{"2 Herz, 3 Pik"}| = \binom{13}{2} \cdot \binom{13}{3} = 22308 \Rightarrow P(G) = \frac{22308}{2598960} \approx 0,858\%$$

$$\text{h) } |H| = |\text{"Doppelpärchen"}| = \binom{13}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \cdot \binom{44}{1} = 123552 \Rightarrow P(G) = \frac{123552}{2598960} \approx 4,75\%$$

