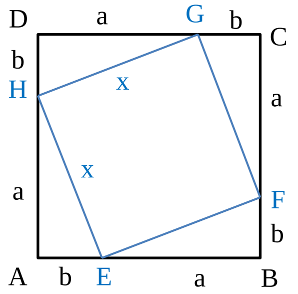
1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 20.11.2017 * Gruppe A

Beachte: Bei allen Endergebnissen sind Wurzelterme im Nenner rational zu machen und so weit wie möglich zu radizieren! Taschenrechner nicht erlaubt!

1. a) Werden in einem Quadrat ABCD die Seiten wie abgebildet im Verhältnis $a : b$ geteilt, so entsteht ein neues Quadrat EFGH mit der Seitenlänge x.
(Nachweis nicht erforderlich!)
Es gelte: $a = 5$ und $b = 1$.
Bestimme die irrationale Kantenlänge x als Wurzelausdruck.



(Zeichnung nicht maßstäblich!)

b) Wie kann man rationale und irrationale Zahlen an ihrer Dezimalbruchentwicklung unterscheiden?

2. Gib jeweils die Definitionsmenge des Terms in Intervallschreibweise an.

a) $T(x) = \sqrt{2x-7}$ b) $T(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x}}$

3. Vereinfache! Radiziere also so weit wie möglich und mache gegebenenfalls Nenner rational.

a) $\sqrt{12x^2 - 36xy + 27y^2}$ b) $\dfrac{\sqrt{63}}{5+\sqrt{7}}$

4. Bestimme jeweils alle Lösungen der Gleichung.

a) $0{,}5\cdot(x^2-24) = 4$ b) $2x^3 + 55 = 7$

c) $\sqrt{x^2-6} = 3 - x$ (Hier die Probe nicht vergessen!)

5. Vereinfache unter Verwendung der Potenzschreibweise und gib das Endergebnis wieder als Wurzelterm an!

a) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^2\cdot\sqrt{x}}$ b) $\dfrac{\sqrt[4]{8x^3\cdot\sqrt[3]{2x^2}}}{\sqrt{2x\cdot\sqrt{2x}}}$

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	4a	b	c	5a	b	Summe
Punkte	5	2	2	3	3	4	3	3	5	4	6	40

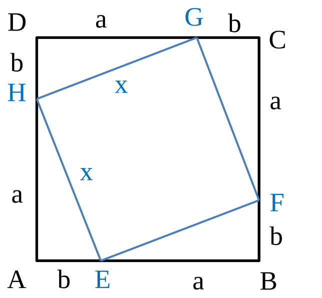
Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 20.11.2017 * Gruppe B

Beachte: Bei allen Endergebnissen sind Wurzelterme im Nenner rational zu machen und so weit wie möglich zu radizieren! Taschenrechner nicht erlaubt!

1. a) Werden in einem Quadrat ABCD die Seiten wie abgebildet im Verhältnis $a : b$ geteilt, so entsteht ein neues Quadrat EFGH mit der Seitenlänge x. (Nachweis nicht erforderlich!)
   Es gelte: $a = 3$ und $b = 1$.
   Bestimme die irrationale Kantenlänge x als Wurzelausdruck.

   b) Wie kann man rationale und irrationale Zahlen an ihrer Dezimalbruchentwicklung unterscheiden?



(Zeichnung nicht maßstäblich!)

2. Gib jeweils die Definitionsmenge des Terms in Intervallschreibweise an.

   a) $T(x) = \sqrt{2x - 5}$ b) $T(x) = \dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x}}$

3. Vereinfache! Radiziere also so weit wie möglich und mache gegebenenfalls Nenner rational.

   a) $\sqrt{18x^2 - 24xy + 8y^2}$ b) $\dfrac{\sqrt{63}}{4 + \sqrt{7}}$

4. Bestimme jeweils alle Lösungen der Gleichung.

   a) $0{,}5 \cdot (x^2 - 12) = 6$ b) $53 + 2x^3 = 5$

   c) $\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x$ (Hier die Probe nicht vergessen!)

5. Vereinfache unter Verwendung der Potenzschreibweise und gib das Endergebnis wieder als Wurzelterm an!

   a) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt{x}}$ b) $\dfrac{\sqrt[3]{4x^2 \cdot \sqrt[4]{4x^3}}}{\sqrt{2x \cdot \sqrt{2x}}}$

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	4a	b	c	5a	b	Summe
Punkte	5	2	2	3	3	4	3	3	5	4	6	40

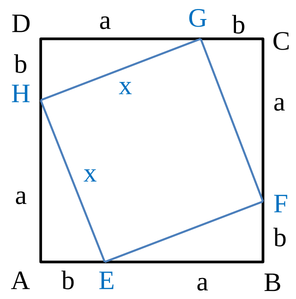
Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 20.11.2017 * Gruppe A * Lösung

1.a) $(a+b)^2 = x^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot b \;\Rightarrow\; a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2ab \;\Rightarrow$

$x^2 = a^2 + b^2$ und mit $a = 5$ und $b = 1$ daher

$x^2 = 25 + 1 \;\Rightarrow\; x = \sqrt{26}$



b) Die Dezimalbruchentwicklung einer rationalen Zahl ist entweder endlich oder aber unendlich mit einer Periode. Irrationale Zahlen haben eine unendliche Dezimalbruchentwicklung ohne Periode.

2.a) $T(x) = \sqrt{2x-7}$; $2x - 7 \ge 0 \;\Leftrightarrow\; 2x \ge 7 \;\Leftrightarrow\; x \ge 3{,}5$ also $D = [\,3{,}5\,;\,\infty\,[$

b) $T(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x}}$; $2 - x \ge 0$ und $x > 0 \;\Leftrightarrow\; 2 \ge x$ und $x > 0$ also $D =]\,0\,;\,2\,]$

3.a) $\sqrt{12x^2 - 36xy + 27y^2} = \sqrt{3\cdot(4x^2 - 12xy + 9y^2)} = \sqrt{3\cdot(2x-3y)^2} = |\,2x - 3y\,|\cdot\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{63}}{5+\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{9\cdot 7}\cdot(5-\sqrt{7})}{(5+\sqrt{7})\cdot(5-\sqrt{7})} = \dfrac{3\cdot\sqrt{7}\cdot(5-\sqrt{7})}{25-7} = \dfrac{3\cdot(5\cdot\sqrt{7}-7)}{18} = \dfrac{5\cdot\sqrt{7}-7}{6}$

4.a) $0{,}5\cdot(x^2 - 24) = 4 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 24 = 8 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 32 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \pm\sqrt{32} = \pm\, 4\cdot\sqrt{2}$

b) $2x^3 + 55 = 7 \;\Leftrightarrow\; 2x^3 = -\,48 \;\Leftrightarrow\; x^3 = -\,24 \;\Leftrightarrow\; x = -\sqrt[3]{24} = -\sqrt[3]{3\cdot 8} = -2\cdot\sqrt[3]{3}$

c) $\sqrt{x^2 - 6} = 3 - x \;\Leftrightarrow\; x^2 - 6 = (3-x)^2 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 6 = 9 - 6x + x^2 \;\Leftrightarrow\; -6 = 9 - 6x \;\Leftrightarrow$

$6x = 15 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

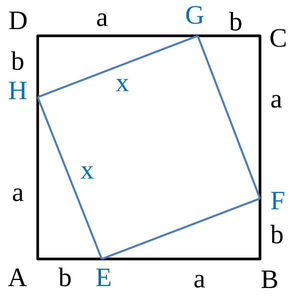
Probe: l.S.: $\sqrt{(\frac{5}{2})^2 - 6} = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ und r.S.: $3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$ also $L = \{\frac{5}{2}\}$

5.a) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^2\cdot\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot\left(x^2\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{3}{6}+\frac{5}{6}} = x^{\frac{8}{6}} = x^{1+\frac{1}{3}} = x\cdot\sqrt[3]{x}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{8x^3\cdot\sqrt[3]{2x^2}}}{\sqrt{2x\cdot\sqrt{2x}}} = \dfrac{(2^3\cdot x^3\cdot(2x^2)^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}}{(2x\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{(2^3\cdot x^3\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}}{(2^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{(2^{\frac{10}{3}}\cdot x^{\frac{11}{3}})^{\frac{1}{4}}}{(2^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2^{\frac{10}{12}}x^{\frac{11}{12}}}{2^{\frac{3}{4}}\cdot x^{\frac{3}{4}}} =$

$2^{\frac{10}{12}-\frac{3}{4}}\cdot x^{\frac{11}{12}-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{10}{12}-\frac{9}{12}}\cdot x^{\frac{11}{12}-\frac{9}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}\cdot x^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{2x^2}$ $(= \sqrt[12]{2}\cdot\sqrt[6]{x}\,)$

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 20.11.2017 * Gruppe B * Lösung



1.a) $(a+b)^2 = x^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot b \;\Rightarrow\; a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2ab \;\Rightarrow$

$x^2 = a^2 + b^2$ und mit $a = 3$ und $b = 1$ daher

$x^2 = 9 + 1 \;\Rightarrow\; x = \sqrt{10}$

b) Die Dezimalbruchentwicklung einer rationalen Zahl ist entweder endlich oder aber unendlich mit einer Periode. Irrationale Zahlen haben eine unendliche Dezimalbruchentwicklung ohne Periode.

2.a) $T(x) = \sqrt{2x-5}$; $2x-5 \geq 0 \;\Leftrightarrow\; 2x \geq 5 \;\Leftrightarrow\; x \geq 2{,}5$ also $D = [\, 2{,}5 \;;\; \infty\,[$

b) $T(x) = \dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x}}$; $3-x \geq 0$ und $x > 0 \;\Leftrightarrow\; 3 \geq x$ und $x > 0$ also $D =]\,0\,;3]$

3.a) $\sqrt{18x^2 - 24xy + 8y^2} = \sqrt{2\cdot(9x^2 - 12xy + 4y^2)} = \sqrt{2\cdot(3x-2y)^2} = |3x-2y|\cdot\sqrt{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{63}}{4+\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{9\cdot 7}\cdot(4-\sqrt{7})}{(4+\sqrt{7})\cdot(4-\sqrt{7})} = \dfrac{3\cdot\sqrt{7}\cdot(4-\sqrt{7})}{16-7} = \dfrac{3\cdot(4\cdot\sqrt{7}-7)}{9} = \dfrac{4\cdot\sqrt{7}-7}{3}$

4.a) $0{,}5\cdot(x^2-12) = 6 \;\Leftrightarrow\; x^2-12 = 12 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 24 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \pm\sqrt{24} = \pm\, 2\cdot\sqrt{6}$

b) $53 +\; 2x^3 = 5 \;\Leftrightarrow\; 2x^3 = -48 \;\Leftrightarrow\; x^3 = -24 \;\Leftrightarrow\; x = -\sqrt[3]{24} = -\sqrt[3]{3\cdot 8} = -2\cdot\sqrt[3]{3}$

c) $\sqrt{x^2-2} = 2 - x \;\Leftrightarrow\; x^2 - 2 = (2-x)^2 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 2 = 4 - 4x + x^2 \;\Leftrightarrow\; -2 = 4 - 4x \;\Leftrightarrow$

$4x = 6 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Probe: l.S.: $\sqrt{(\frac{3}{2})^2 - 2} = \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ und r.S.: $2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ also $L = \{\frac{3}{2}\}$

5.a) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{x^2\cdot\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot\left(x^2\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{5}{8}} = x^{\frac{4}{8}+\frac{5}{8}} = x^{\frac{9}{8}} = x^{1+\frac{1}{8}} = x\cdot\sqrt[8]{x}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{4x^2\cdot\sqrt[4]{4x^3}}}{\sqrt{2x\cdot\sqrt{2x}}} = \dfrac{(2^2\cdot x^2\cdot(2^2\cdot x^3)^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}}{(2x\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{(2^2\cdot x^2\cdot 2^{\frac{2}{4}}\cdot x^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}}}{(2^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{(2^{\frac{10}{4}}\cdot x^{\frac{11}{4}})^{\frac{1}{3}}}{(2^{\frac{3}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2^{\frac{10}{12}}x^{\frac{11}{12}}}{2^{\frac{3}{4}}\cdot x^{\frac{3}{4}}} =$

$2^{\frac{10}{12}-\frac{3}{4}}\cdot x^{\frac{11}{12}-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{10}{12}-\frac{9}{12}}\cdot x^{\frac{11}{12}-\frac{9}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}\cdot x^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{2x^2}$ $\left(= \sqrt[12]{2}\cdot\sqrt[6]{x}\right)$