

### 3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 29.03.2012, Gruppe A

1. Vereinfache den Term und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise an!

$$\frac{\sqrt[3]{4a \cdot \sqrt[4]{2a^3}}}{\sqrt[12]{8a}}$$

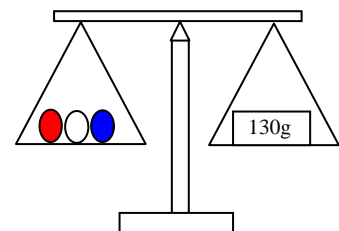
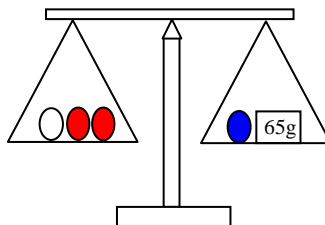
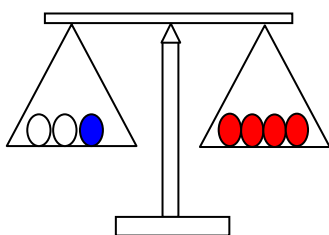
2. Bestimme alle Lösungen der Gleichung.

a)  $\frac{5}{x^3} = -\frac{x^2}{2}$

b)  $\sqrt[3]{2 + x^4} = 3$

3. Ostereier gleicher Farbe haben jeweils gleiche Masse.

Berechne die jeweilige Masse eines weißen, roten bzw. blauen Ostereis!

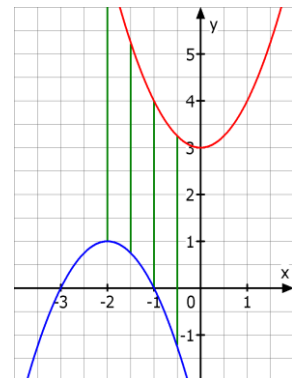


4. Das Bild zeigt die Graphen der Funktionen f und g mit

$$f(x) = x^2 + 3 \quad \text{und} \quad g(x) = -(x+2)^2 + 1.$$

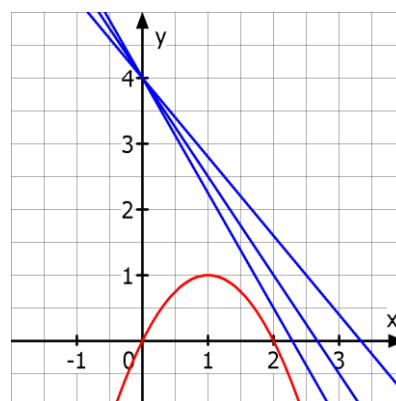
Unter den senkrechten Strecken zwischen den beiden Graphen gibt es eine mit minimaler Länge.

Bestimme diese Streckenlänge mit geeigneter Rechnung!



5. Eine Gerade g mit negativer Steigung soll durch den Punkt P(0 / 4) gehen und die Parabel mit der Funktionsgleichung  $f(x) = x \cdot (2-x)$  berühren. (Siehe Bild!)

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden g und die Koordinaten des Berührungspunkts.



|         |   |    |   |   |   |   |       |
|---------|---|----|---|---|---|---|-------|
| Aufgabe | 1 | 2a | b | 3 | 4 | 5 | Summe |
| Punkte  | 5 | 3  | 4 | 7 | 6 | 7 | 32    |



Gutes Gelingen! G.R.

### 3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 29.03.2012, Gruppe B

1. Vereinfache den Term und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise an!

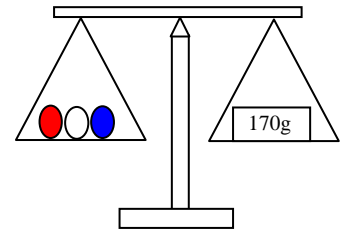
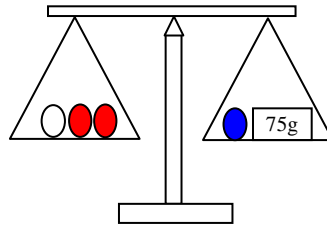
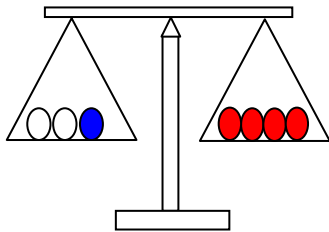
$$\frac{\sqrt[3]{2x^2} \cdot \sqrt[4]{8x}}{\sqrt[12]{2x^3}}$$

2. Bestimme alle Lösungen der Gleichung.

a)  $\frac{x^3}{3} = -\frac{2}{x^2}$

b)  $\sqrt[5]{7 + x^4} = 2$

3. Ostereier gleicher Farbe haben jeweils gleiche Masse.  
Berechne die jeweilige Masse eines weißen, roten bzw. blauen Ostereis!

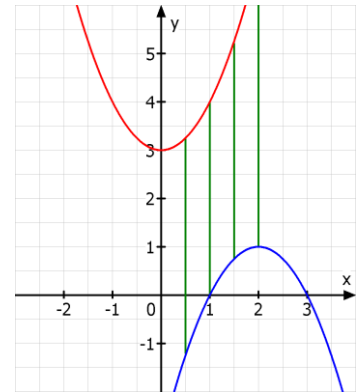


4. Das Bild zeigt die Graphen der Funktionen f und g mit

$$f(x) = x^2 + 3 \quad \text{und} \quad g(x) = -(x-2)^2 + 1$$

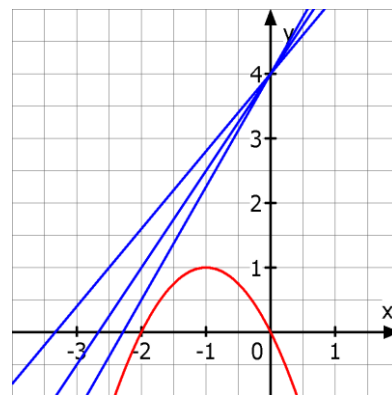
Unter den senkrechten Strecken zwischen den beiden Graphen gibt es eine mit minimaler Länge.

Bestimme diese Streckenlänge mit geeigneter Rechnung!



5. Eine Gerade g mit positiver Steigung soll durch den Punkt P(0 / 4) gehen und die Parabel mit der Funktionsgleichung  $f(x) = -x \cdot (2 + x)$  berühren.  
(Siehe Bild!)

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden g und die Koordinaten des Berührungspunkts.



|         |   |    |   |   |   |   |       |
|---------|---|----|---|---|---|---|-------|
| Aufgabe | 1 | 2a | b | 3 | 4 | 5 | Summe |
| Punkte  | 5 | 3  | 4 | 7 | 6 | 7 | 32    |



Gutes Gelingen! G.R.

### 3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 29.03.2012, Gruppe A \* Lösungen

$$1. \frac{\sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[4]{2a^3}}{\sqrt[12]{8a}} = \frac{2^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}}}{2^{\frac{3}{12}} \cdot a^{\frac{1}{12}}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{12} - \frac{3}{12}} \cdot a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}} = 2^{\frac{6}{12}} \cdot a^{\frac{6}{12}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2a}$$

$$2. \quad a) \quad \frac{5}{x^3} = -\frac{x^2}{2} \Leftrightarrow 10 = -x^5 \Leftrightarrow x^5 = -10 \Leftrightarrow x = -\sqrt[5]{10}$$

$$b) \quad \sqrt[3]{2+x^4} = 3 \Leftrightarrow 2+x^4 = 3^3 \Leftrightarrow x^4 = 25 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt[4]{25} = \pm \sqrt{5}$$

3.  $w$  = Masse des weißen Eis,  $r$  = Masse des roten Eis,  $b$  = Masse des blauen Eis

$$(1) \quad 2w + b = 4r \quad (2) \quad w + 2r = b + 65g \quad (3) \quad w + r + b = 130g$$

Aus (3)  $\Rightarrow w = 130g - r - b$  ; einsetzen in (1) und (2)

$$(1) \quad 2 \cdot (130g - r - b) + b = 4r \quad (2) \quad 130g - r - b + 2r = b + 65g$$

$$(1) \quad 260g = b + 6r \quad (2) \quad 65g + r = 2b \quad \text{aus (1) } b = 260g - 6r \text{ ; eingesetzt in (2)}$$

$$(2) \quad 65g + r = 2 \cdot (260g - 6r) \Rightarrow 65g + r = 520g - 12r \Rightarrow 13r = 455g \Rightarrow r = 35g$$

$$\text{in (1) } b = 260g - 6r = 260g - 6 \cdot 35g \Rightarrow b = 50g$$

$$\text{in (3) } w = 130g - r - b = 130g - 35g - 50g \Rightarrow w = 45g$$

4. Streckenlänge  $d = d(x)$

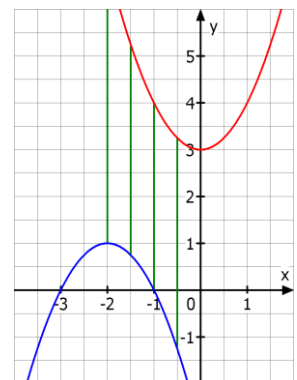
$$d = d(x) = f(x) - g(x) = x^2 + 3 + (x+2)^2 - 1 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$d(x) = 2x^2 + 4x + 6 = 2 \cdot (x^2 + 2x + 1^2 - 1^2) + 6 = 2 \cdot (x+1)^2 - 2 + 6$$

$$d(x) = 2 \cdot (x+1)^2 + 4$$

Die senkrechte Strecke bei  $x = -1$  ist am kürzesten und hat die

$$\text{Länge } d_{\min} = d(-1) = 2 \cdot (0)^2 + 4 = 4$$



5. Geradengleichung:  $g(x) = 4 + m \cdot x$  (mit  $m < 0$ )

Die Graphen von  $f$  und von  $g$  sollen nur genau einen

Punkt gemeinsam haben, d.h. die Gleichung

$f(x) = g(x)$  muss genau eine Lösung besitzen.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \cdot (2-x) = 4 + m \cdot x \Leftrightarrow$$

$$2x - x^2 = 4 + m \cdot x \Leftrightarrow 0 = x^2 + (m-2) \cdot x + 4$$

$0 = x^2 + (m-2) \cdot x + 4$  hat genau dann genau eine Lösung,

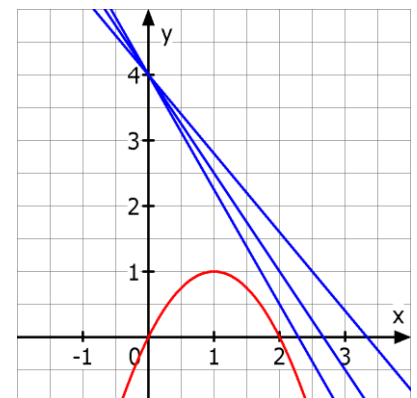
wenn gilt:  $D = 0$  mit  $D = (m-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$  also

$$(m-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 16 \Leftrightarrow m-2 = \pm 4 \Leftrightarrow m = -2 \quad (\text{denn } m < 0)$$

Berührungspunkt B:

$$0 = x_B^2 + (-2-2) \cdot x_B + 4 \Leftrightarrow 0 = x_B^2 - 4 \cdot x_B + 4 \Leftrightarrow 0 = (x_B - 2)^2 \Leftrightarrow x_B = 2 \text{ und } y_B = 0$$

also B(2/0)



### 3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 29.03.2012, Gruppe B \* Lösungen

$$1. \frac{\sqrt[3]{2x^2} \cdot \sqrt[4]{8x}}{\sqrt[12]{2x^3}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3 \cdot 1}{4}} \cdot x^{\frac{1 \cdot 1}{4}}}{2^{\frac{1}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}} \cdot x^{\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{12}} = 2^{\frac{6}{12}} \cdot x^{\frac{6}{12}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x}$$

$$2. a) \quad \frac{x^3}{3} = -\frac{2}{x^2} \Leftrightarrow x^5 = -6 \Leftrightarrow x = -\sqrt[5]{6}$$

$$b) \quad \sqrt[5]{7+x^4} = 2 \Leftrightarrow 7+x^4 = 2^5 \Leftrightarrow x^4 = 25 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt[4]{25} = \pm \sqrt{5}$$

3.  $w$  = Masse des weißen Eis,  $r$  = Masse des roten Eis,  $b$  = Masse des blauen Eis

$$(1) \quad 2w + b = 4r \quad (2) \quad w + 2r = b + 75g \quad (3) \quad w + r + b = 170g$$

Aus (3)  $\Rightarrow w = 170g - r - b$  ; einsetzen in (1) und (2)

$$(1) \quad 2 \cdot (170g - r - b) + b = 4r \quad (2) \quad 170g - r - b + 2r = b + 75g$$

$$(1) \quad 340g = b + 6r \quad (2) \quad 95g + r = 2b \quad \text{aus (1) } b = 340g - 6r \text{ ; eingesetzt in (2)}$$

$$(2) \quad 95g + r = 2 \cdot (340g - 6r) \Rightarrow 95g + r = 680g - 12r \Rightarrow 13r = 585g \Rightarrow r = 45g$$

$$\text{in (1) } b = 340g - 6r = 340g - 6 \cdot 45g \Rightarrow b = 70g$$

$$\text{in (3) } w = 170g - r - b = 170g - 45g - 70g \Rightarrow w = 55g$$

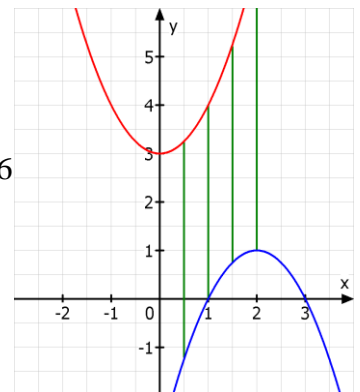
4. Streckenlänge  $d = d(x)$

$$d = d(x) = f(x) - g(x) = x^2 + 3 + (x-2)^2 - 1 = 2x^2 - 4x + 6$$

$$d(x) = 2x^2 - 4x + 6 = 2 \cdot (x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 6 = 2 \cdot (x-1)^2 - 2 + 6$$

$$d(x) = 2 \cdot (x-1)^2 + 4$$

Die senkrechte Strecke bei  $x = 1$  ist am kürzesten und hat die Länge  $d_{\min} = d(1) = 2 \cdot (0)^2 + 4 = 4$



5. Geradengleichung:  $g(x) = 4 + m \cdot x$  (mit  $m > 0$ )

Die Graphen von  $f$  und von  $g$  sollen nur genau einen Punkt gemeinsam haben, d.h. die Gleichung  $f(x) = g(x)$  muss genau eine Lösung besitzen.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x \cdot (2+x) = 4 + m \cdot x \Leftrightarrow$$

$$-2x - x^2 = 4 + m \cdot x \Leftrightarrow 0 = x^2 + (m+2) \cdot x + 4$$

$0 = x^2 + (m+2) \cdot x + 4$  hat genau dann genau eine Lösung,

wenn gilt:  $D = 0$  mit  $D = (m+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$  also

$$(m+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 = 16 \Leftrightarrow m+2 = \pm 4 \Leftrightarrow m = +2 \quad (\text{denn } m > 0)$$

Berührungspunkt B:

$$0 = x_B^2 + (2+2) \cdot x_B + 4 \Leftrightarrow 0 = x_B^2 + 4 \cdot x_B + 4 \Leftrightarrow 0 = (x_B + 2)^2 \Leftrightarrow x_B = -2 \text{ und } y_B = 0$$

also B(-2/0)

