

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Verschieben der Normalparabel

Merke: Hat die Normalparabel den Scheitel $S(x_s / y_s)$, so lautet die Funktionsgleichung

$$y = (x - x_s)^2 + y_s.$$

Man kann die Funktionsgleichung auch in der sogenannten Normalform

$$y = ax^2 + bx + c \text{ notieren.}$$

(Für eine Normalparabel gilt dann $a=1$.)

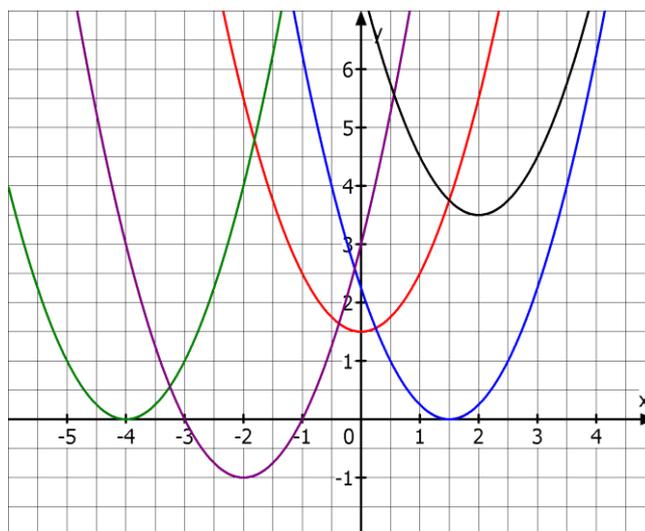
1. Das Bild zeigt 5 Normalparabeln.

Gib jeweils die zugehörige Funktionsgleichung an.

Schreibe den Funktionsterm auch in der Normalform $y = ax^2 + bx + c$.

2. Der Graph der Funktion $f(x) = x^2$ wird um 2 Einheiten nach links und dann um 3 Einheiten nach unten verschoben.

Gib die Funktionsgleichung zur neuen Parabel in der Normalform an.



3. Der Scheitel S einer Parabel soll die angegebenen Koordinaten besitzen.

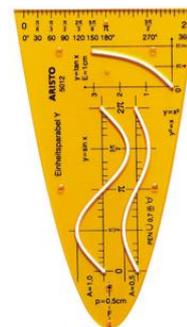
Gib jeweils die Funktionsgleichung in der Scheitel- und in der Normalform an.

- | | |
|------------------|---------------------|
| a) $S(-1 / 2,5)$ | b) $S(3/1,5)$ |
| c) $S(4 / -1,5)$ | d) $S(-1,5 / -0,5)$ |

4. Eine Normalparabel geht durch die Punkte

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| a) $(1/3)$ und $(3/3)$ | b) $(-1/1)$ und $(3/1)$ |
| c) $(1/2,25)$ und $(4/2,25)$ | d) $(1/2)$ und $(3/6)$ |

Bestimme jeweils die Funktionsgleichung (in Scheitelform).
Eine Skizze kann helfen!



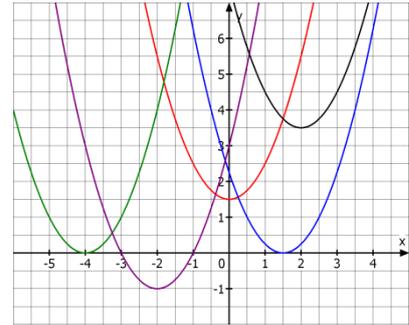
5. Bestimme (mit so genannter quadratischer Ergänzung) jeweils die Koordinaten des Scheitels der folgenden Funktionen.

- $f(x) = x^2 + 8x + 13$
- $f(x) = x^2 - 5x + 8,25$
- $f(x) = x^2 + 3x + 4,25$
- $f(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{9}$



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Verschieben der Normalparabel Lösungen

1. grüner Graph: $f_1(x) = (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$
 violetter Graph: $f_2(x) = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3$
 roter Graph: $f_3(x) = x^2 + 1,5$
 blauer Graph: $f_4(x) = (x-1,5)^2 = x^2 - 3x + 2,25$
 schwarzer Graph: $f_5(x) = (x-2)^2 + 3,5 = x^2 - 4x + 7,5$



2. $f(x) = (x+2)^2 - 3 = x^2 + 4x + 4 - 3 = x^2 + 4x + 1$
3. a) $S(-1/2,5) \Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 2,5 = x^2 + 2x + 3,5$
 b) $S(3/1,5) \Rightarrow f(x) = (x-3)^2 + 1,5 = x^2 - 6x + 10,5$
 c) $S(4/-1,5) \Rightarrow f(x) = (x-4)^2 - 1,5 = x^2 - 8x + 14,5$
 d) $S(-1,5/-0,5) \Rightarrow f(x) = (x+1,5)^2 - 0,5 = x^2 + 3x + 1,75$

4. a) $(1/3)$ und $(3/3)$ liegen auf gleicher "Höhe",
 d.h. der Scheitel muss bei $x_s = (1+3):2 = 2$ liegen.

$$f(x) = (x-2)^2 + 2 \quad [\text{denn } 3 = f(1) = (1-2)^2 + k = 1 + k]$$

- b) $(-1/1)$ und $(3/1)$, d.h. $x_s = (-1+3):2 = 1$ und

$$f(x) = (x-1)^2$$

- c) $(1/2,25)$ und $(4/2,25)$, d.h. $x_s = (1+4):2 = 2,5$ und

$$f(x) = (x-2,5)^2 + 1$$

- d) $(1/2)$ und $(3/6)$ liegen nicht auf gleicher "Höhe",

$$\text{aber } 3-1=2 \text{ und } 6-2=4=(3-1)^2 \text{ also } x_s = 1$$

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

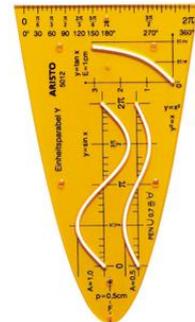
oder in $f(x) = x^2 + bx + c$ die beiden Punkte einsetzen:

$$(1) \quad 2 = 1^2 + 1 \cdot b + c \quad \text{und} \quad (2) \quad 6 = 3^2 + 3 \cdot b + c \Rightarrow$$

$$(1) \quad 1 = b + c \quad \text{also} \quad c = 1 - b \quad \text{und} \quad (2) \quad -3 = 3b + c \Rightarrow$$

$$(1) \text{ in } (2) \text{ eingesetzt: } -3 = 3b + 1 - b \Rightarrow -4 = 2b \Rightarrow b = -2 \text{ und } c = 3$$

$$\text{also } f(x) = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-2)^2 + 1$$



5. a) $f(x) = x^2 + 8x + 13 = (x+4)^2 - 4^2 + 13 = (x+4)^2 - 3$ also $S(-4/-3)$
 b) $f(x) = x^2 - 5x + 8,25 = (x-2,5)^2 - 2,5^2 + 8,25 = (x-2,5)^2 + 2$ also $S(2,5/2)$
 c) $f(x) = x^2 + 3x + 4,25 = (x+1,5)^2 - 1,5^2 + 4,25 = (x+1,5)^2 + 2$ also $S(-1,5/2)$
 d) $f(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{9} = (x + \frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{3})^2 + \frac{7}{9} = (x + \frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$ also $S(-\frac{1}{3}/\frac{2}{3})$

