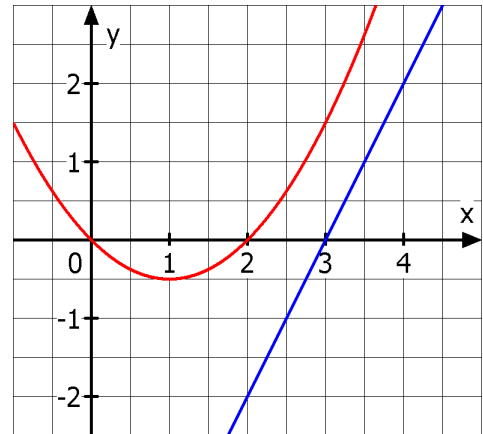


3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 01.03.2010 * Gruppe A

1. Gegeben ist die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0,5x^2 - x$ und die blaue Gerade g (siehe Bild!).



- a) Bestimme die Gleichung der Geraden g !
- b) Gesucht ist die zu g parallele Gerade p , die die Parabel berührt.
Berechne die zur Parallelen p gehörende Gleichung.
[Ergebnis: $p(x) = 2x - 4,5$]
- c) Berechne die Koordinaten des Berührungspunktes B .
2. Bestimme mit Hilfe einer geeigneten Rechnung die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte $A(-2/2,5)$, $B(1/-2)$ und $C(2/-1,5)$ geht.

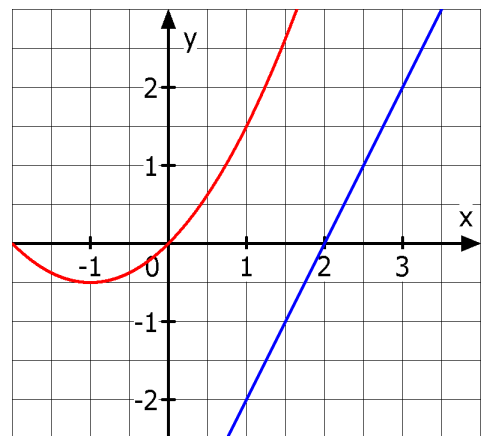
Aufgabe	1a	b	c	2	Summe
Punkte	3	6	4	7	20

Gutes Gelingen! G.R.



3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 01.03.2010 * Gruppe B

1. Gegeben ist die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0,5x^2 + x$ und die blaue Gerade g (siehe Bild!).



- a) Bestimme die Gleichung der Geraden g !
- b) Gesucht ist die zu g parallele Gerade p , die die Parabel berührt.
Berechne die zur Parallelen p gehörende Gleichung.
[Ergebnis: $p(x) = 2x - 0,5$]
- c) Berechne die Koordinaten des Berührungspunktes B .
2. Bestimme mit Hilfe einer geeigneten Rechnung die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte $A(-2/3,5)$, $B(1/-1)$ und $C(2/-0,5)$ geht.

Aufgabe	1a	b	c	2	Summe
Punkte	3	6	4	7	20

Gutes Gelingen! G.R.



3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 01.03.2010 * Gruppe A * Lösung

1. a) Steigung $m = 2$; setze Punkt $(3/0)$ in $y = 2 \cdot x + t$ ein: $0 = 2 \cdot 3 + t \Rightarrow t = -6$
Geradengleichung $y = 2 \cdot x - 6$
- b) Geradengleichung der Parallelen p : $p(x) = 2 \cdot x + k$
Berührung bedeutet, dass die Gleichung $f(x) \stackrel{!}{=} p(x)$ genau eine Lösung haben soll.
 $0,5x^2 - x \stackrel{!}{=} 2x + k \Leftrightarrow 0,5x^2 - 3x - k = 0$ hat für $D = 0$ genau eine Lösung, also
 $3^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-k) \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 9 + 2k = 0 \Leftrightarrow k = -4,5$ und damit $p(x) = 2x - 4,5$.
- c) Berührungspunkt: $f(x) \stackrel{!}{=} p(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 - x = 2x - 4,5 \Leftrightarrow 0,5x^2 - 3x + 4,5 = 0 \Leftrightarrow$
 $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = x_B = 3$ ist die einzige Lösung.
 $y_B = 2x_B - 4,5 = 2 \cdot 3 - 4,5 = 1,5$ also $B(3/1,5)$

2. Funktionsgleichung der Parabel: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Einsetzen der drei Punkte liefert.

(1) $2,5 = 4a - 2b + c$

(2) $-2 = a + b + c \Rightarrow c = -2 - a - b$ in (1) und (3)

(3) $-1,5 = 4a + 2b + c$

(1) $2,5 = 4a - 2b - 2 - a - b \Leftrightarrow 4,5 = 3a - 3b \Rightarrow b = a - 1,5$ in (3)

(3) $-1,5 = 4a + 2b - 2 - a - b \Leftrightarrow 0,5 = 3a + b$

(3) $0,5 = 3a + a - 1,5 \Leftrightarrow 2 = 4a \Leftrightarrow a = 0,5$ und

$$b = 0,5 - 1,5 = -1 \text{ und } c = -2 - 0,5 - (-1) = -1,5$$

Insgesamt also $f(x) = 0,5x^2 - x - 1,5$

3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 01.03.2010 * Gruppe B * Lösung

1. a) Steigung $m = 2$; setze Punkt $(2/0)$ in $y = 2 \cdot x + t$ ein: $0 = 2 \cdot 2 + t \Rightarrow t = -4$
Geradengleichung $y = 2 \cdot x - 4$

b) Geradengleichung der Parallelen p : $p(x) = 2 \cdot x + k$

Berührung bedeutet, dass die Gleichung $f(x) \stackrel{!}{=} p(x)$ genau eine Lösung haben soll.

$0,5x^2 + x \stackrel{!}{=} 2x + k \Leftrightarrow 0,5x^2 - x - k = 0$ hat für $D = 0$ genau eine Lösung, also

$1^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-k) \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow 1 + 2k = 0 \Leftrightarrow k = -0,5$ und damit $p(x) = 2x - 0,5$.

c) Berührungspunkt: $f(x) \stackrel{!}{=} p(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + x = 2x - 0,5 \Leftrightarrow 0,5x^2 - x + 0,5 = 0 \Leftrightarrow$
 $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = x_B = 1$ ist die einzige Lösung.
 $y_B = 2x_B - 0,5 = 2 \cdot 1 - 0,5 = 1,5$ also $B(1/1,5)$

2. Funktionsgleichung der Parabel: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Einsetzen der drei Punkte liefert.

(1) $3,5 = 4a - 2b + c$

(2) $-1 = a + b + c \Rightarrow c = -1 - a - b$ in (1) und (3)

(3) $-0,5 = 4a + 2b + c$

(1) $3,5 = 4a - 2b - 1 - a - b \Leftrightarrow 4,5 = 3a - 3b \Rightarrow b = a - 1,5$ in (3)

(3) $-0,5 = 4a + 2b - 1 - a - b \Leftrightarrow 0,5 = 3a + b$

(3) $0,5 = 3a + a - 1,5 \Leftrightarrow 2 = 4a \Leftrightarrow a = 0,5$ und

$b = 0,5 - 1,5 = -1$ und $c = -1 - 0,5 - (-1) = -0,5$

Insgesamt also $f(x) = 0,5x^2 - x - 0,5$