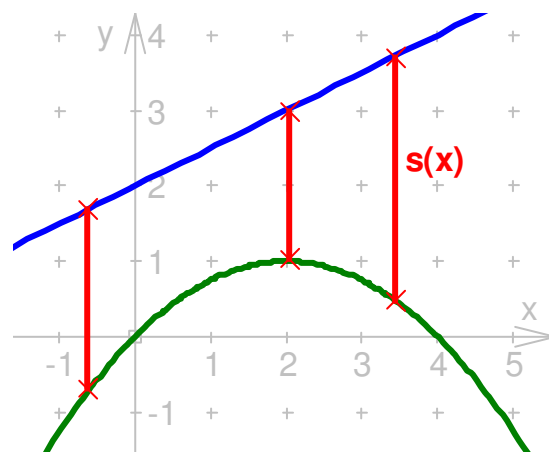


2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Gruppe A

1. Das Bild zeigt die Graphen einer Parabel und einer Geraden.
Die Parallelen zur y-Achse schneiden Strecken der Länge $s = s(x)$ zwischen der Parabel und der Geraden heraus.



- a) Gib die Funktionsgleichungen für die Parabel und für die Gerade an!
- b) Bestimme die kürzeste unter allen diesen Strecken und gib an wo sie liegt.
2. Eine Parabel und eine Gerade sind durch folgende Funktionsgleichungen gegeben.

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 2 \quad \text{und} \quad g(x) = 0,5x - 4,25$$

Zeige mit einer Rechnung, dass sich die Parabel und die Gerade berühren und bestimme die Koordinaten dieses Berührungspunktes.

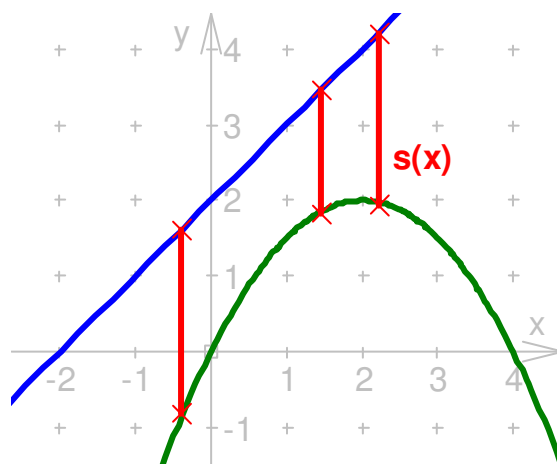
Aufgabe	1a	b	2	Summe
Punkte	5	7	6	18



Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Gruppe B

1. Das Bild zeigt die Graphen einer Parabel und einer Geraden.
Die Parallelen zur y-Achse schneiden Strecken der Länge $s = s(x)$ zwischen der Parabel und der Geraden heraus.



- a) Gib die Funktionsgleichungen für die Parabel und für die Gerade an!
- b) Bestimme die kürzeste unter allen diesen Strecken und gib an wo sie liegt.
2. Eine Parabel und eine Gerade sind durch folgende Funktionsgleichungen gegeben.

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 1 \quad \text{und} \quad g(x) = 0,5x - 3,25$$

Zeige mit einer Rechnung, dass sich die Parabel und die Gerade berühren und bestimme die Koordinaten dieses Berührungspunktes.

Aufgabe	1a	b	2	Summe
Punkte	5	7	6	18



Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Lösung

Gruppe A

1a) Parabel: $f(x) = -\frac{1}{4} \cdot (x-2)^2 + 1 = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) + 1 = -0,25x^2 + x$
Gerade: $g(x) = 0,5x + 2$

1b) Streckenlänge s

$$s = s(x) = g(x) - f(x) = 0,5x + 2 - (-0,25x^2 + x) = 0,25x^2 - 0,5x + 2 = 0,25(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 2 = 0,25 \cdot (x-1)^2 - 0,25 + 2 = 0,25 \cdot (x-1)^2 + 1,75$$

Die kürzeste Strecke liegt an der Stelle $x = 1$ und hat die Länge $s_{\text{minimal}} = s(1) = 1,75$.

2. Zeige, dass sich die Parabel und die Gerade nur in einem gemeinsamen Punkt „schneiden“.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 2 = 0,5x - 4,25 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{3}{2}x + 2,25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x=3$$

Mit $f(3) = g(3) = 0,5 \cdot 3 - 4,25 = -2,75$ lautet der Berührungspunkt $B(3/-2,75)$.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 04.03.2008 * Lösung

Gruppe B

1a) Parabel: $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x-2)^2 + 2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 2 = -0,5x^2 + 2x$
Gerade: $g(x) = x + 2$

1b) Streckenlänge s

$$s = s(x) = g(x) - f(x) = x + 2 - (-0,5x^2 + 2x) = 0,5x^2 - x + 2 = 0,5(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) + 2 = 0,5 \cdot (x-1)^2 - 0,5 + 2 = 0,5 \cdot (x-1)^2 + 1,5$$

Die kürzeste Strecke liegt an der Stelle $x = 1$ und hat die Länge $s_{\text{minimal}} = s(1) = 1,5$.

2. Zeige, dass sich die Parabel und die Gerade nur in einem gemeinsamen Punkt „schneiden“.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 1 = 0,5x - 3,25 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{3}{2}x + 2,25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x=3$$

Mit $f(3) = g(3) = 0,5 \cdot 3 - 3,25 = -1,75$ lautet der Berührungspunkt $B(3/-1,75)$.