

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Berührungspunkte

1. Gegeben sind die Punkte $A(-1/1,5)$, $B(1/5,5)$ und $C(2/9)$ sowie die Gerade g .

a) Bestimme die Gleichung der Geraden g .

b) Berechne die Funktionsgleichung der Parabel, die durch die Punkte A , B und C geht.

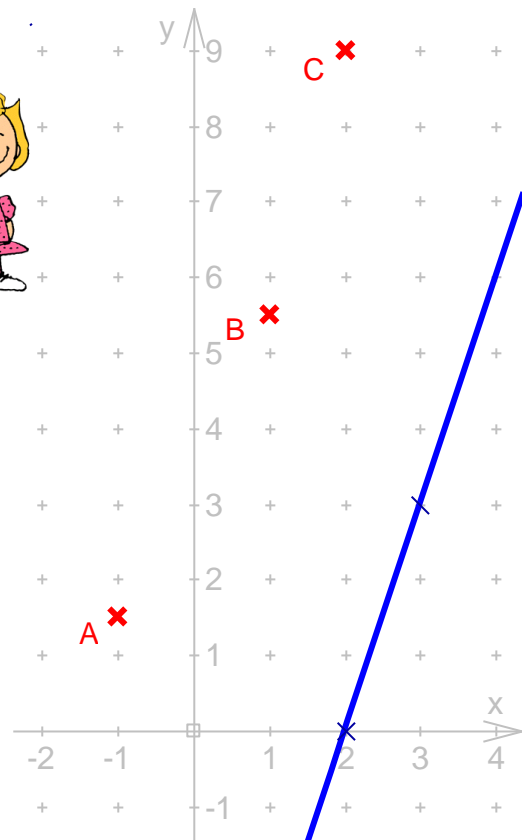
[Ergebnis: $f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3$]

c) Gesucht ist die zu g Parallele p , die die Parabel aus b) berührt. Bestimme mit geeigneter Rechnung die Gleichung dieser Parallelen.

[Ergebnis: $p(x) = 3x + 2,5$]

d) Bestimme die Koordinaten des Berührungspunktes P .

e) Trage die Parallele p und den Punkt P und die Parabel in das Bild ein.



2. Gegeben sind eine quadratische Funktion f mit $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ und zwei Geraden g_1 und g_2 mit den Funktionsgleichungen $y = -4x + t$ bzw. $y = mx + 1$

Die beiden Geraden sollen die Parabel berühren.

a) Bestimme t bzw. m und berechne jeweils auch die Berührungspunkte.

b) Zeichne die Graphen der Parabel und der beiden Geraden in ein Koordinatensystem. Berechne nun auch noch den Schnittpunkt der beiden Geraden.



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Berührungspunkte * Ergebnisse

1. a) $g(x) = 3x - 6$

b) Mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ folgt aus dem linearen Gleichungssystem

(1) $1,5 = a - b + c$

(2) $5,5 = a + b + c$

(3) $9 = 4a + 2b + c$

$a = 0,5$ und $b = 2$ und $c = 3$ also $f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3$

c) Ansatz $p(x) = 3x + t$

Die quadratische Gleichung $f(x) = p(x)$ soll genau eine Lösung haben, d.h. die zugehörige Diskriminante D muss 0 sein.

Daraus ergibt sich $t = 2,5$ und damit $p(x) = 3x + 2,5$

d) Die quadratische Gleichung $f(x) = p(x)$

liefert den x -Wert des Berührungspunktes.

Es zeigt sich, dass $P = B$ gilt.

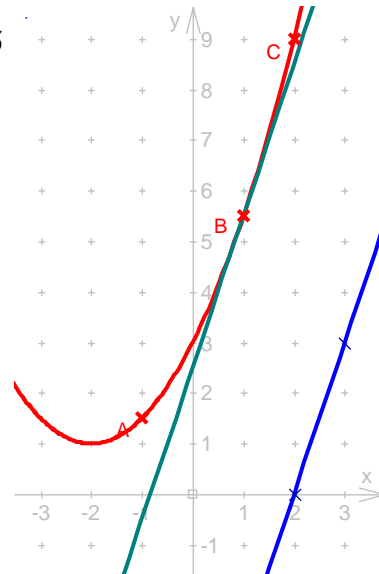
e) Zum Zeichnen der Parabel

wandelt man $f(x)$ in die

Scheitelform um:

$$f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3 = 0,5(x+2)^2 + 1$$

Der Scheitel der Parabel liegt also bei $S(-2/1)$.



2. a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ und $f(x) = -4x + t$ hat genau dann exakt eine Lösung, falls für $0 = 2x^2 - 8x + t - 1$ die Diskriminante D den Wert 0 hat.

Also $64 - 4 \cdot 2 \cdot (t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 9$

$-2x^2 + 4x + 1 = -4x + 9$ liefert $x_1 = 2$ also $B_1 = (2 / 1)$

Entsprechend soll $-2x^2 + 4x + 1 = mx + 1$

genau eine Lösung haben, d.h. für

$0 = 2x^2 + (m-4)x + 0$ muss ebenfalls $D = 0$

gelten.

Also $(m-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow m = 4$

$-2x^2 + 4x + 1 = 4x + 1$ liefert $x_1 = 0$

also $B_2 = (0 / 1)$

b) Schnittpunkt der beiden Geraden:

$-4x + 9 = 4x + 1 \Leftrightarrow 8 = 8x \Leftrightarrow x = 1$

also $S = (1 / 5)$

