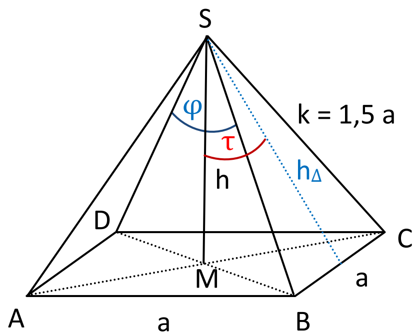
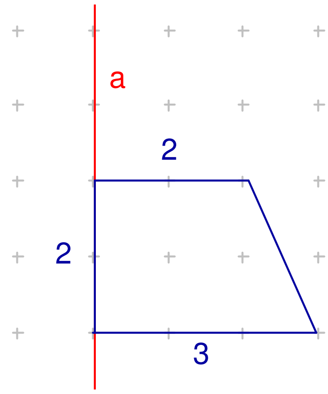
4. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 05.07.2010

1. Die abgebildete gerade Pyramide ABCDS hat ein Quadrat der Kantenlänge a als Grundfläche. Die Kantenlänge beträgt $1{,}5a$.



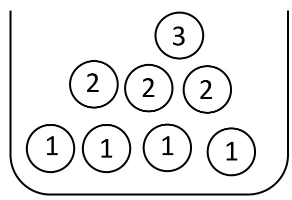
   a) Berechne die Höhe h der Pyramide in Vielfachen von a und das Volumen der Pyramide in Vielfachen von a^3.
   b) Bestimme h_Δ in Vielfachen von a und den gesamten Oberflächeninhalt A der Pyramide (einschließlich Grundfläche).
   c) Berechne die Größe des Winkels $\varphi = \sphericalangle DSB$ und des Winkels τ zwischen h und h_Δ auf $0{,}1^\circ$ genau.

2. Die abgebildete blau umrandete Fläche rotiert um die Achse a und erzeugt auf diese Weise einen Rotationskörper. (Längen aus der Zeichnung entnehmen!)



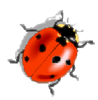
   a) Wie wird dieser Rotationskörper bezeichnet? Berechne das Volumen dieses Rotationskörpers.
   b) Berechne den (gesamten) Oberflächeninhalt A dieses Rotationskörpers.

3. Anna und Bernd vereinbaren folgendes Spiel.
   Abwechselnd ziehen Anna und Bernd je eine Kugel aus der abgebildeten Urne (ohne Zurücklegen).
   Verloren hat dabei, wer als erstes einen Kugelwert zieht, der nicht größer als der letzte Kugelwert des Gegners ist.
   Anna beginnt mit dem Ziehen.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Anna?
   Zeichne ein geeignetes Baumdiagramm zur Lösung dieser Aufgabe!



4. Bei der Fußball-Weltmeisterschaft hat Trainer Löw 3 Torhüter und 20 Feldspieler zur Auswahl. Bei den Feldspielern handelt es sich um 7 Verteidiger, 8 Mittelfeldspieler und 5 Stürmer.
   a) Wie viele Möglichkeiten hat Trainer Löw prinzipiell, 10 Feldspieler aus den 20 Feldspielern auszuwählen?
   b) Wie viele Mannschaftsaufstellungen hat Trainer Löw prinzipiell, wenn er einen Torwart, vier Verteidiger, vier Mittfeldspieler und zwei Stürmer aufstellt?

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	3	4a	b	Summe
Punkte	4	4	5	4	5	7	2	4	35



Gutes Gelingen! G.R.

4. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 05.07.2010 * Lösungen

1. a) $\overline{DB} = \sqrt{2}\cdot a$ und $\overline{BM} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$; $h^2 + \overline{BM}^2 = k^2 \Rightarrow h = \sqrt{(\frac{3a}{2})^2 - \frac{2a^2}{4}} = \sqrt{\frac{7}{4}}\,a = \frac{\sqrt{7}}{2}a$

$$V = \frac{1}{3}\cdot G\cdot h = \frac{1}{3}\cdot a^2\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}a = \frac{\sqrt{7}}{6}\,a^3 \quad (\approx 0,44\,a^3)$$

b) $h_\Delta{}^2 + (\frac{a}{2})^2 = k^2 \Rightarrow h_\Delta = \sqrt{\frac{9}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}\,a$

$$A = a^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot h_\Delta = a^2 + 2\cdot a\cdot\sqrt{2}\,a = (1+2\sqrt{2})\,a^2 \quad (\approx 3,83\,a^2)$$

c) $\tan(\frac{\varphi}{2}) = \frac{\overline{MB}}{h} \Rightarrow \tan(\frac{\varphi}{2}) = \frac{0,5\cdot\sqrt{2}\,a}{0,5\cdot\sqrt{7}\,a} = \sqrt{\frac{2}{7}} \Rightarrow \varphi = 2\cdot 28,125...^\circ \approx 56,3^\circ$

$$\cos(\tau) = \frac{h}{h_\Delta} = \frac{0,5\sqrt{7}\,a}{\sqrt{2}\,a} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{7}{2}} \Rightarrow \tau = 20,70...^\circ \approx 20,7^\circ$$

2. a) Es handelt sich um einen Kegelstumpf.

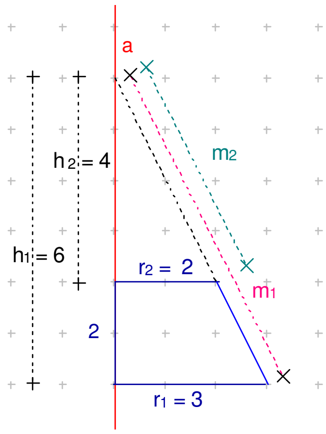
$$V = \frac{1}{3}r_1{}^2\pi\cdot h_1 - \frac{1}{3}r_2{}^2\pi\cdot h_2 = \frac{1}{3}\cdot 9\pi\cdot 6 - \frac{1}{3}\cdot 4\pi\cdot 4 = \frac{38}{3}\cdot\pi$$

b) $m_1{}^2 = 3^2 + 6^2 \Rightarrow m_1 = \sqrt{45} = 3\cdot\sqrt{5}$

$m_2{}^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow m_1 = \sqrt{20} = 2\cdot\sqrt{5}$

$A = r_1{}^2\pi + r_2{}^2\pi + r_1\cdot m_1\cdot\pi - r_2\cdot m_2\cdot\pi =$

$9\pi + 4\pi + 3\cdot 3\sqrt{5}\cdot\pi - 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot\pi = (13 + 5\sqrt{5})\cdot\pi$

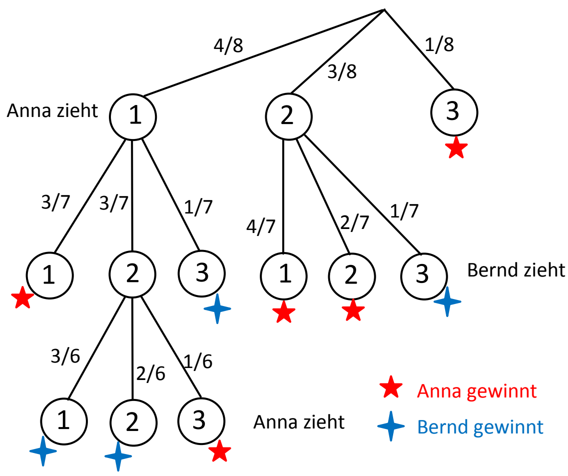


3. P(„Anna gewinnt“) =

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\cdot(\frac{2}{7} + \frac{4}{7}) + \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7} + \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{6} =$$

$$\frac{1\cdot 7}{8\cdot 7} + \frac{3\cdot 6}{8\cdot 7} + \frac{4\cdot 3}{8\cdot 7} + \frac{2\cdot 1}{8\cdot 7} =$$

$$\frac{7+18+12+2}{8\cdot 7} = \frac{39}{56} \approx 69,6\,\%$$



4. a) $\binom{20}{10} = \frac{20!}{(20-10)!\cdot 10!} = \frac{20!}{10!\cdot 10!} = 184\,756$

b) $\binom{3}{1}\cdot\binom{7}{4}\cdot\binom{8}{4}\cdot\binom{5}{2} = 3\cdot 35\cdot 70\cdot 10 = 73\,500$