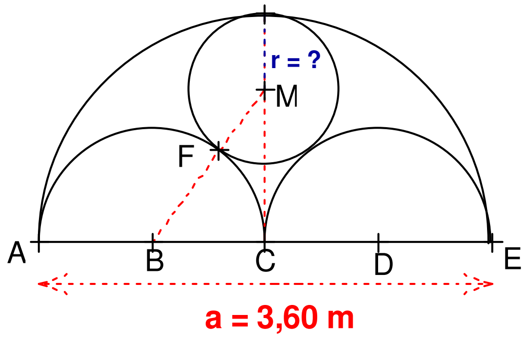
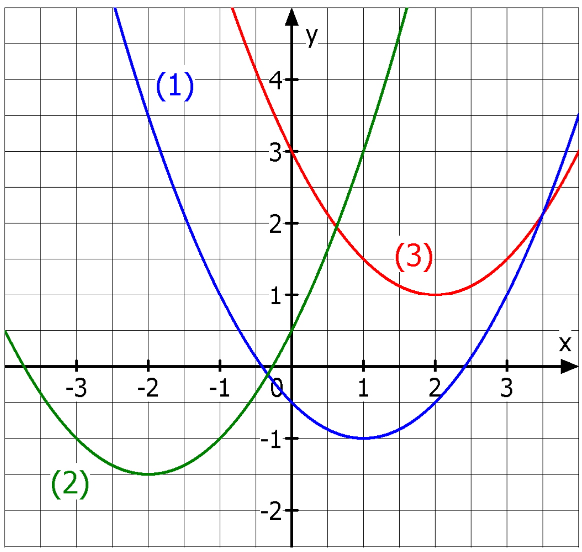
2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 20.01.2010

1. Das Bild zeigt ein romanisches Rundbogenfenster. Im großen Halbkreis des Fensters sind dabei zwei halbkreisförmige und ein kreisförmiges Mosaik eingearbeitet. Berechne den Radius r des kreisförmigen Mosaiks, wenn $\overline{AE} = a = 3{,}60\,\text{m}$ gilt.



2. Binomische Formeln
   a) Faktorisiere! $8x^2 - 8xy + 2y^2 =$
   b) Ergänze geeignet! $a^2 - ab + \ldots = (\ldots)^2$

3. Das Bild zeigt 3 Parabeln. Im Folgenden sollst du jeweils eine diese Parabeln den Funktionen f bzw. g zuordnen.



   a) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 3$
      Schreibe den Funktionsterm in die Scheitelform um! Welche Parabel entspricht also dem Graphen von f?
   b) $g(x) = 0{,}5x^2 - x - 0{,}5$
      Bestimme die Nullstellen von g. Welche Parabel gehört also als Graph zu g? Gib eine kurze Begründung!
   c) Gib zur noch verbleibenden Parabel den zugehörigen Funktionsterm $h(x) = \ldots$ an!

4. Löse die quadratische Gleichung $x^2 + 2x - 24 = 0$ mit Hilfe des Satzes von Vieta!

5. Die quadratische Gleichung $(k-3) \cdot x^2 - kx - 1 = 0$ soll genau eine Lösung haben. Für welche Werte von k ist das der Fall?

Aufgabe	1	2a	b	3a	b	c	4	5	Summe
Punkte	6	2	3	4	4	3	3	5	30

Gutes Gelingen! G.R.

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 20.01.2010 * Lösung

1. Im rechtwinkligen Dreieck BCM gilt: $\overline{BC} = \frac{1}{4}a$ und $\overline{BM} = \frac{1}{4}a + r$ und $\overline{MC} = \frac{1}{2}a - r$

   Pythagoras:

$$\left(\frac{a}{4} + r\right)^2 = \left(\frac{a}{2} - r\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a^2}{16} + \frac{1}{2}a \cdot r + r^2 = \frac{a^2}{4} - a \cdot r + r^2 + \frac{a^2}{16} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}a \cdot r = \frac{a^2}{4} - a \cdot r \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}a \cdot r = \frac{a^2}{4} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{1}{6}a = \frac{3{,}60\text{m}}{6} = 0{,}60\,\text{m}$$

2. a) $8x^2 - 8xy + 2y^2 = 2 \cdot (4x^2 - 4xy + y^2) = 2 \cdot (2x - y)^2$

   b) $a^2 - ab + (0{,}5b)^2 = (a - 0{,}5b)^2$

3. a) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 3 = 0{,}5(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 3 = 0{,}5(x-2)^2 - 0{,}5 \cdot 2^2 + 3 =$

   $0{,}5(x-2)^2 - 2 + 3 = 0{,}5(x-2)^2 + 1$ S(2/1) d.h. roter Graph (3) gehört zu f.

   b) $g(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; 0{,}5x^2 - x - 0{,}5 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 2x - 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \frac{1}{2}(2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 1 \cdot 1})$

   $x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{2}$ d.h. S(1/...), denn der Scheitel liegt genau zwischen den Nullstellen. Damit gehört zu g der blaue Graph (1).

   c) Der grüne Graph (2) hat seinen Scheitel bei S(-2/-1,5) und der Formfaktor lautet ersichtlich $a = 0{,}5$, also gilt $h(x) = 0{,}5(x+2)^2 - 1{,}5$.

4. $x^2 + 2x - 24 = 0 \;\Leftrightarrow\; (x+6) \cdot (x-4) = 0 \;\Leftrightarrow\; x_1 = -6\,;\; x_2 = 4$

   zugehörige Überlegung: $-24 = +6 \cdot (-4)$ und $+2 = +6 + (-4)$

5. Die Gleichung $(k-3) \cdot x^2 - kx - 1 = 0$ hat dann genau eine Lösung, wenn gilt:

   $D = 0 \;\Leftrightarrow\; k^2 - 4 \cdot (k-3) \cdot (-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; k^2 + 4k - 12 = 0 \;\Leftrightarrow\; (k+6) \cdot (k-2) = 0 \;\Leftrightarrow$

   $k_1 = -6$ und $k_2 = 2$

   Für $k_1 = -6$ und $k_2 = 2$ hat die gegebene quadratische Gleichung also genau eine Lösung!