

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 16.11.2007 * Gruppe A

1. Irrationale Zahlen

- a) Welche der folgenden Zahlen sind irrational, welche rational?
Begründe Deine Antwort durch eine geeignete Vereinfachung des Terms.

$$\sqrt{8} \quad ; \quad \sqrt{6\frac{1}{4}} \quad ; \quad \sqrt{1,6} \quad ; \quad \sqrt{\frac{1}{289}}$$

- b) Berechne auf Hundertstel gerundet mit dem Taschenrechner

$$\frac{2 + \sqrt{3+4 \cdot \sqrt{5}}}{6 - \sqrt{7}}$$

2. Rechnen mit Wurzeln

Vereinfache so weit wie möglich! Teilweises Radizieren und Rationalmachen des Nenners sind Pflicht!

- a) $\sqrt{5000 \cdot a^8 \cdot b^7}$ b) $\frac{14}{2 + \sqrt{11}}$
- c) $\sqrt{10} \cdot (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8} \cdot (2\sqrt{10} - 1)$

3. Definitionsbereich eines Terms

Bestimme den Definitionsbereich des Terms $T(x) = \sqrt{12 - 3x}$.

4. Abstand zweier Punkte im Koordinatensystem

Peter soll zum Punkt $A(1/2)$ einen Punkt $B(x_B/6)$ so finden, dass der Abstand \overline{AB} der beiden Punkte den Wert 5 hat.
Finde durch überlegtes Probieren eine geeignete x -Koordinate x_B des Punktes B !

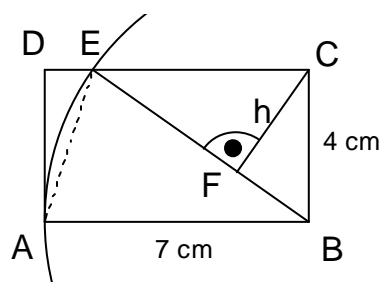
5. Satz des Pythagoras

Das Rechteck $ABCD$ hat die Seitenlängen

$$\overline{AB} = 7\text{cm} \quad \text{und} \quad \overline{BC} = 4\text{cm}.$$

Der Kreis um B mit Radius 7cm schneidet die Seite $[DC]$ im Punkt E .

F ist der Fußpunkt des Lotes von C auf $[EB]$.



- a) Berechne die Länge \overline{EC} und den Flächeninhalt A_{BCE} des Dreiecks BCE .
Welchen Prozentsatz der Rechtecksfläche macht A_{BCE} aus?
(Ergebnis für \overline{EC} , falls Du \overline{EC} nicht ermitteln kannst: $\overline{EC} = \sqrt{33}$ cm)
- b) Berechne die Länge $\overline{FC} = h$. Gib h exakt und auf Millimeter gerundet an!

Aufgabe	1a	b	2a	b	c	3	4	5a	b	Summe
Punkte	4	2	2	3	3	2	5	6	3	30

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 16.11.2007 * Gruppe B

1. Irrationale Zahlen

- a) Welche der folgenden Zahlen sind irrational, welche rational?
Begründe Deine Antwort durch eine geeignete Vereinfachung des Terms.

$$\sqrt{18} \quad ; \quad \sqrt{2\frac{1}{4}} \quad ; \quad \sqrt{2,5} \quad ; \quad \sqrt{\frac{1}{361}}$$

- b) Berechne auf Hundertstel gerundet mit dem Taschenrechner

$$\frac{3 + \sqrt{4 + 5 \cdot \sqrt{6}}}{7 - \sqrt{8}}$$

2. Rechnen mit Wurzeln

Vereinfache so weit wie möglich! Teilweises Radizieren und Rationalmachen des Nenners sind Pflicht!

a) $\sqrt{3200 \cdot a^7 \cdot b^8}$ b) $\frac{8}{3 + \sqrt{13}}$

c) $\sqrt{6} \cdot (4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8} \cdot (2\sqrt{6} - 1)$

3. Definitionsbereich eines Terms

Bestimme den Definitionsbereich des Terms $T(x) = \sqrt{10 - 2x}$.

4. Abstand zweier Punkte im Koordinatensystem

Peter soll zum Punkt $A(2/1)$ einen Punkt $B(x_B/5)$ so finden, dass der Abstand \overline{AB} der beiden Punkte den Wert 5 hat.

Finde durch überlegtes Probieren eine geeignete x-Koordinate x_B des Punktes B!

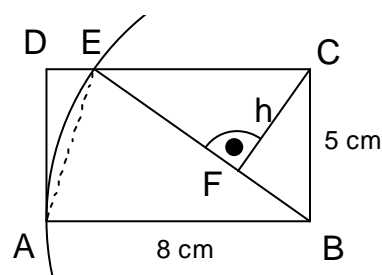
5. Satz des Pythagoras

Das Rechteck ABCD hat die Seitenlängen

$$\overline{AB} = 8 \text{ cm} \quad \text{und} \quad \overline{BC} = 5 \text{ cm}.$$

Der Kreis um B mit Radius 8 cm schneidet die Seite [DC] im Punkt E.

F ist der Fußpunkt des Lotes von C auf [EB].



- a) Berechne die Länge \overline{EC} und den Flächeninhalt A_{BCE} des Dreiecks BCE.
Welchen Prozentsatz der Rechtecksfläche macht A_{BCE} aus?

(Ergebnis für \overline{EC} , falls Du \overline{EC} nicht ermitteln kannst: $\overline{EC} = \sqrt{39}$ cm)

- b) Berechne die Länge $\overline{FC} = h$. Gib h exakt und auf Millimeter gerundet an!

Aufgabe	1a	b	2a	b	c	3	4	5a	b	Summe
Punkte	4	2	2	3	3	2	5	6	3	30

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 16.11.2007 * Gruppe A * Lösung

1. a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ irrational ; $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ rational ;
 $\sqrt{1,6} = \sqrt{\frac{160}{100}} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = 0,4 \cdot \sqrt{10}$ irrational ; $\sqrt{\frac{1}{289}} = \frac{1}{17}$ rational

b) $\frac{2 + \sqrt{3+4 \cdot \sqrt{5}}}{6 - \sqrt{7}} = \left(\frac{5,45604859\dots}{3,35424868\dots} \right) = 1,62660825\dots \approx 1,63$

2. a) $\sqrt{5000 \cdot a^8 \cdot b^7} = \sqrt{2 \cdot 50^2 \cdot a^8 \cdot b^7} = 50a^4b^3\sqrt{2b}$

b) $\frac{14}{2 + \sqrt{11}} = \frac{14 \cdot (\sqrt{11} - 2)}{(2 + \sqrt{11}) \cdot (\sqrt{11} - 2)} = \frac{14 \cdot (\sqrt{11} - 2)}{11 - 4} = 2 \cdot (\sqrt{11} - 2) = 2\sqrt{11} - 4$

c) $\sqrt{10} \cdot (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8} \cdot (2\sqrt{10} - 1) = 2\sqrt{50} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80} - \sqrt{8} =$
 $2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

3. $T(x) = \sqrt{12 - 3x}$; $D =]-\infty ; 4]$
denn $12 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow 12 \geq 3x \Leftrightarrow 4 \geq x$ d.h. $x \leq 4$

4. Es muss gelten: $25 = \overline{AB}^2 = (x_B - 1)^2 + (6 - 2)^2$ d.h. $(x_B - 1)^2 = 25 - 16 = 9$
also $x_B = 4$ (oder $x_B = -2$)

5. a) $\overline{EC}^2 + \overline{CB}^2 = \overline{EB}^2 \Rightarrow \overline{EC}^2 + (4\text{cm})^2 = (7\text{cm})^2 \Rightarrow \overline{EC}^2 = 49\text{cm}^2 - 16\text{cm}^2 \Rightarrow$
 $\overline{EC}^2 = 33\text{cm}^2 \Rightarrow \overline{EC} = \sqrt{33} \text{ cm } (\approx 5,7 \text{ cm})$

$$A_{\text{BCE}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{33} \text{ cm} \cdot 4\text{cm} = 2\sqrt{33} \text{ cm}^2 (\approx 11,5 \text{ cm}^2)$$

$$\frac{A_{\text{BCE}}}{A_{\text{ABCD}}} = \frac{2\sqrt{33} \text{ cm}^2}{7 \cdot 4 \text{ cm}^2} = \frac{\sqrt{33}}{14} = 0,4103\dots \approx 41,0\%$$

b) $A_{\text{BCE}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EB} \cdot \overline{CF} \Rightarrow$

$$h = \overline{CF} = \frac{\overline{EC} \cdot \overline{CB}}{\overline{EB}} = \frac{\sqrt{33} \cdot 4 \text{ cm}^2}{7 \text{ cm}} = \frac{4 \cdot \sqrt{33}}{7} \text{ cm} \approx 3,3 \text{ cm}$$

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * 16.11.2007 * Gruppe B * Lösung

1. a) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ irrational ; $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ rational ;
 $\sqrt{2,5} = \sqrt{\frac{250}{100}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = 0,5 \cdot \sqrt{10}$ irrational ; $\sqrt{\frac{1}{361}} = \frac{1}{19}$ rational

b) $\frac{3 + \sqrt{4 + 5 \cdot \sqrt{6}}}{7 - \sqrt{8}} = \left(\frac{7,03081241...}{4,17157287...} \right) = 1,68541042... \approx 1,69$

2. a) $\sqrt{3200 \cdot a^7 \cdot b^8} = \sqrt{2 \cdot 40^2 \cdot a^7 \cdot b^8} = 40a^3b^4\sqrt{2a}$

b) $\frac{8}{3 + \sqrt{13}} = \frac{8 \cdot (\sqrt{13} - 3)}{(3 + \sqrt{13}) \cdot (\sqrt{13} - 3)} = \frac{8 \cdot (\sqrt{13} - 3)}{13 - 9} = 2 \cdot (\sqrt{13} - 3) = 2\sqrt{13} - 6$

c) $\sqrt{6} \cdot (4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8} \cdot (2\sqrt{6} - 1) = 4\sqrt{18} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{8} =$
 $4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

3. $T(x) = \sqrt{10 - 2x}$; $D =]-\infty ; 5]$
denn $10 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow 10 \geq 2x \Leftrightarrow 5 \geq x$ d.h. $x \leq 5$

4. Es muss gelten: $25 = \overline{AB}^2 = (x_B - 2)^2 + (5 - 1)^2$ d.h. $(x_B - 2)^2 = 25 - 16 = 9$
also $x_B = 5$ (oder $x_B = -1$)

5. a) $\overline{EC}^2 + \overline{CB}^2 = \overline{EB}^2 \Rightarrow \overline{EC}^2 + (5\text{cm})^2 = (8\text{cm})^2 \Rightarrow \overline{EC}^2 = 64\text{cm}^2 - 25\text{cm}^2 \Rightarrow$
 $\overline{EC}^2 = 39\text{cm}^2 \Rightarrow \overline{EC} = \sqrt{39}\text{cm} (\approx 6,2\text{cm})$

$$A_{\text{BCE}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{39}\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 2,5\sqrt{39}\text{cm}^2 (\approx 15,6\text{cm}^2)$$

$$\frac{A_{\text{BCE}}}{A_{\text{ABCD}}} = \frac{2,5\sqrt{39}\text{cm}^2}{8 \cdot 5\text{cm}^2} = \frac{\sqrt{39}}{16} = 0,3903... \approx 39,0\%$$

b) $A_{\text{BCE}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EB} \cdot \overline{CF} \Rightarrow$

$$h = \overline{CF} = \frac{\overline{EC} \cdot \overline{CB}}{\overline{EB}} = \frac{\sqrt{39} \cdot 5\text{cm}^2}{8\text{cm}} = \frac{5 \cdot \sqrt{39}}{8}\text{cm} \approx 3,9\text{cm}$$