1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 16.11.2009 * Gruppe B

1. Bestimme die maximale Definitionsmenge des Terms.

   a) $\sqrt{5+2x}$ b) $\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$

2. Vereinfache so weit wie möglich.

   a) $\dfrac{25}{1+\sqrt{6}}$

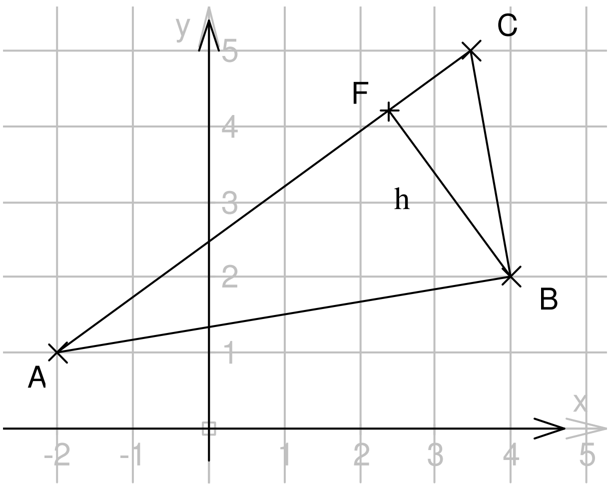
   b) $\sqrt{2x}\cdot\left(\sqrt{3x}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{x}\right)+\sqrt{6}\cdot\left(2x+\sqrt{30}\right)$

3. Gegeben sind die Punkte A(-2/1), B(4/2) und C(3,5/5) (siehe Bild).

   a) Berechne im Dreieck ABC die Seitenlängen $b = \overline{AC}$ und $c = \overline{AB}$

   b) Peter behauptet, dass das Dreieck ABC bei B rechtwinklig ist. Beweise Peters Behauptung mit Hilfe einer Rechnung.

   c) Berechne die Länge der Höhe $h = \overline{BF}$ im Dreieck ABC.

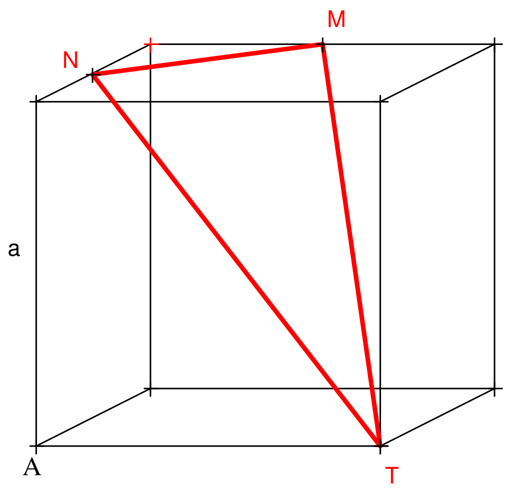


4. Im Würfel der Kantenlänge a halbieren die Punkte M und N jeweils die Kanten.

   a) Bestimme den Umfang des Dreiecks MNT in Vielfachen von a .

   (Ergebnis: $u = \left(3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot a$)

   b) Berechne den Umfang des Dreiecks MNT auf Millimeter gerundet, wenn gilt a = 8,0cm.



Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	c	4a	b	Summe
Punkte	2	3	4	5	4	4	4	6	2	34

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 16.11.2009 * Lösung

1. a) $\sqrt{5+2x}$; $5+2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2{,}5$ also $D = [-2{,}5\,;\,\infty[$

b) $\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$; Zähler: $x \geq 0$ und Nenner: $x \geq 0$ und $\sqrt{x} \neq 3$

also $x \geq 0$ und $x \geq 0$ und $x \neq 9$; damit $D = [0\,;\,\infty[\,\setminus\{9\}$

2. a) $$\frac{25}{1+\sqrt{6}} = \frac{25\cdot(\sqrt{6}-1)}{(1+\sqrt{6})\cdot(\sqrt{6}-1)} = \frac{25\cdot(\sqrt{6}-1)}{6-1} = \frac{5\cdot 5\cdot(\sqrt{6}-1)}{5} = 5\cdot(\sqrt{6}-1)$$

b) $$\sqrt{2x}\cdot\left(\sqrt{3x}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{x}\right)+\sqrt{6}\cdot\left(2x+\sqrt{30}\right) =$$

$$= \sqrt{6x^2} - \sqrt{12x} - \sqrt{45} + \sqrt{3x} + 2\sqrt{6}\,x + \sqrt{6\cdot 6\cdot 5} =$$

$$= \sqrt{6}\,x - 2\sqrt{3x} - 3\sqrt{5} + \sqrt{3x} + 2\sqrt{6}\,x + 6\sqrt{5} = 3\sqrt{6}\,x - \sqrt{3x} + 3\sqrt{5}$$

3. a) $$\overline{AC} = \sqrt{(3{,}5+2)^2+(5-1)^2} = \sqrt{46{,}25} = 0{,}5\cdot\sqrt{185}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4+2)^2+(2-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

b) $$\overline{BC} = \sqrt{(4{,}5-4)^2+(5-2)^2} = \sqrt{9{,}25} = 0{,}5\cdot\sqrt{37}$$

$\overline{AB}^{\,2} + \overline{BC}^{\,2} = 37 + 9{,}25 = 46{,}25 = \overline{AC}^{\,2}$, d.h. ΔABC ist bei B rechtwinklig.

c) $$F_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC} = 0{,}5\cdot\sqrt{37}\cdot 0{,}5\cdot\sqrt{37} = \frac{37}{4} = 9{,}25$$

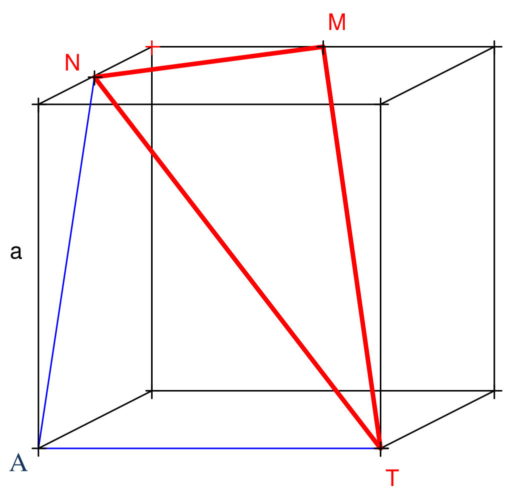
$$F_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot h \;\Rightarrow\; 9{,}25 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot\sqrt{185}\cdot h \;\Rightarrow\; h = \frac{9{,}25\cdot 2}{0{,}5\cdot\sqrt{185}} = \frac{37\cdot\sqrt{185}}{185} = \frac{\sqrt{185}}{5}$$

4. a) $$\overline{MN}^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \;\Rightarrow\; \overline{MN} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,a$$

$$\overline{AN}^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4} \;\Rightarrow\; \overline{AN} = \frac{1}{2}\sqrt{5}\,a$$

$$\overline{NT}^{\,2} = \overline{AN}^{\,2} + a^2 = \frac{9a^2}{4} \;\Rightarrow\; \overline{NT} = \frac{3}{2}\,a$$

$$u = \overline{MN} + 2\cdot\overline{NT} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,a + 2\cdot\frac{3}{2}a = (3+\frac{\sqrt{2}}{2})a$$



b) $$(3+\frac{\sqrt{2}}{2})\cdot 8{,}0\text{cm} = 29{,}656...\text{cm} \approx 29{,}7\,\text{cm}$$