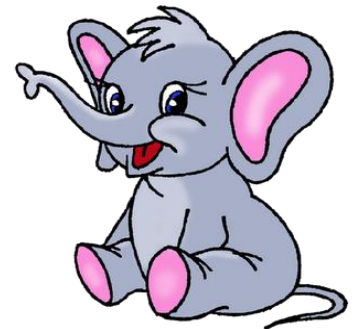


# Mathematik \* Jahrgangsstufe 8 \* Gebrochen rationale Funktionen

1. Gib bei jeder Funktion den Definitionsbereich und alle senkrechten sowie waagrechten Asymptoten an. Skizziere anschließend die Graphen.

a)  $f(x) = \frac{2}{2x-3}$       b)  $g(x) = \frac{2x}{x+1}$   
 c)  $h(x) = \frac{2}{x \cdot (x-2)}$       d)  $k(x) = \frac{3}{x^2}$



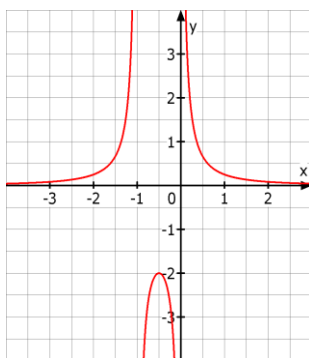
2. Gib eine (möglichst einfache) gebrochen rationale Funktion mit folgenden Eigenschaften an.

- a) Der Graph von  $f$  hat die senkrechte Asymptote  $x = 1,5$  und die waagrechte Asymptote  $y = 0$ .
- b) Der Graph von  $g$  hat zwei senkrechte Asymptoten bei  $x = 0$  und  $x = -2$  und die waagrechte Asymptote  $y = 0$ .
- c) Der Graph von  $h$  hat die senkrechte Asymptote  $x = 2$  und die waagrechte Asymptote  $y = 1,5$ .
- d) Der Graph von  $k$  hat die senkrechte Asymptote  $x = -1$  und keine waagrechte Asymptote.
- e) Der Graph von  $p$  hat die senkrechte Asymptote  $x = 1$  und die waagrechte Asymptote  $y = 0$  und der Punkt  $(3/1,5)$  gehört zum Graph.
- f) Der Graph von  $q$  hat die senkrechte Asymptote  $x = -1,5$  und die waagrechte Asymptote  $y = 2$  und der Punkt  $(0,5/1,5)$  gehört zum Graph.

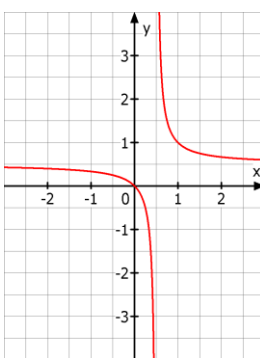
3. Zu jedem der 4 abgebildeten Graphen gehört eine gebrochen rationale Funktion, deren Funktionsterm in der darunter angegebenen Liste enthalten ist.

Finde den richtigen Funktionsterm und begründe deine Entscheidung.

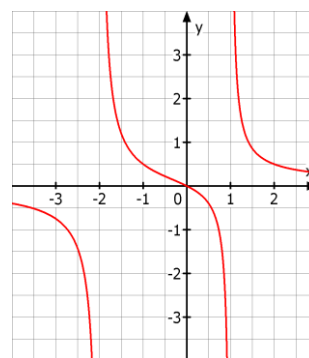
Graph A



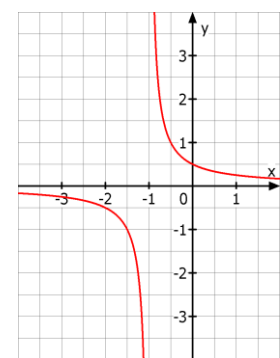
Graph B



Graph C



Graph D



$$f_1(x) = \frac{0,5}{x(x-1)}$$

$$f_2(x) = \frac{0,5x}{x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{2}{2x-1}$$

$$f_4(x) = \frac{x}{(x-1) \cdot (x+2)}$$

$$f_5(x) = \frac{0,5}{x+1}$$

$$f_6(x) = \frac{x}{2x-1}$$

$$f_7(x) = \frac{0,5}{x(x+1)}$$

$$f_8(x) = \frac{x}{(x+1) \cdot (x-2)}$$

## Mathematik \* Jahrgangsstufe 8 \* Gebrochen rationale Funktionen

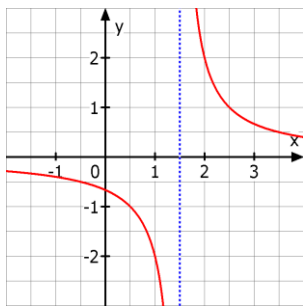
1. a)  $f(x) = \frac{2}{2x-3}$ ;  $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{\frac{3}{2}\}$ ; senkr. Asymptote:  $x = \frac{3}{2}$ ; waagr. Asymptote:  $y=0$

b)  $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ ;  $D_g = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ ; senkr. Asymptote:  $x=-1$ ; waagr. Asymptote:  $y=2$

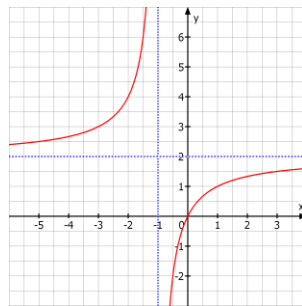
c)  $h(x) = \frac{2}{x \cdot (x-2)}$ ;  $D_h = \mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$ ; senkr. Asymptoten:  $x=0$  und  $x=2$ ;

waagr. Asymptote:  $y=0$

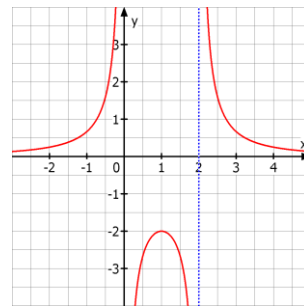
d)  $k(x) = \frac{3}{x^2}$ ;  $D_k = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ ; senkr. Asymptote:  $x=0$ ; waagr. Asymptote:  $y=0$



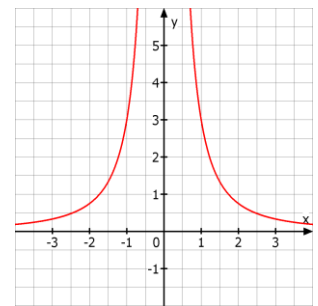
Graph  $G_f$



Graph  $G_g$



Graph  $G_h$



Graph  $G_k$

2. a)  $f(x) = \frac{1}{x-1,5}$

b)  $g(x) = \frac{1}{x \cdot (x+2)}$

c)  $h(x) = \frac{1,5x}{x-2}$

d)  $k(x) = \frac{x^2}{x+1}$

e)  $p(x) = \frac{a}{x-1}$  und  $1,5 = \frac{a}{3-1} \Rightarrow a=3$  also  $p(x) = \frac{3}{x-1}$

f)  $q(x) = \frac{2x+a}{x+1,5}$  und  $1,5 = \frac{2 \cdot 0,5 + a}{0,5 + 1,5} \Rightarrow a=2$  also  $q(x) = \frac{2x+2}{x+1,5}$

3. Graph A: Senkrechte Asymptoten  $x=0$  und  $x=1$   
D.h. der Nenner muss das Produkt  $x \cdot (x-1)$  enthalten.  
Damit ist nur noch Funktion  $f_1$  möglich.

Graph B: Senkrechte Asymptote  $x=0,5$   
D.h. der Nenner muss den Faktor  $(x-0,5)$  oder  $(2x-1)$  enthalten.  
Wegen der waagrechten Asymptote  $y=0,5$  muss der Zähler einen  $x$ -Term enthalten.  
Damit ist nur noch Funktion  $f_6$  möglich.

Graph C: Senkrechte Asymptoten  $x=-2$  und  $x=1$   
D.h. der Nenner muss das Produkt  $(x+2) \cdot (x-1)$  enthalten.  
Damit ist nur noch Funktion  $f_4$  möglich.

Graph D: Senkrechte Asymptote  $x=-1$   
D.h. der Nenner muss den Faktor  $(x+1)$  enthalten.  
Wegen der waagrechten Asymptote  $y=0$  darf der Zähler keinen  $x$ -Term enthalten.  
Damit ist nur noch Funktion  $f_5$  möglich.

