

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Übungsaufgaben zur 3. Schulaufgabe

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

- Schreibe in wissenschaftlicher Schreibweise
a) 350000000 kg b) 0,000054 m c) 2340000000000 s d) 0,000000000225 cm
- Berechne ohne Taschenrechner bzw. vereinfache möglichst weitgehend.
a) $(-2)^{-3}$ b) $-2 \cdot 3^4 : (-2)^3$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^0 - \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$
d) $(x^4)^{-3} \cdot (x^3 \cdot x^5)^2$ e) $(2x)^3 \cdot x^{-2} : (5x)^{-1}$ f) $\frac{x^4 \cdot y^{-1}}{x^{-2} \cdot y} \cdot \frac{3y^3}{(x^2)^3}$

Rechnen mit Bruchtermen und Bruchgleichungen

- Vereinfache möglichst weitgehend
a) $\frac{5x-10}{2x+2} : \frac{2x-x^2}{5+5x}$ b) $\frac{x^2-3x}{x+1} \cdot \frac{x+x^2}{6-2x} \cdot \frac{4}{5x^2}$
- Löse die Bruchgleichung
a) $\frac{1}{2x} + \frac{x+2}{x^2} = \frac{5}{6x}$ b) $\frac{1}{2x} - \frac{x-2}{x^2+2x} = \frac{3}{4+2x}$

Formeln auflösen

- Löse die Gleichung nach a, dann nach b und schließlich auch noch nach c auf.
a) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b} = \frac{3}{c}$ b) $\frac{4d}{a+2c} = \frac{3}{b}$

Gebrochenrationale Funktionen

- Gib zum Funktionsterm $f(x) = \frac{2x-1}{x \cdot (x+1)}$ die größtmögliche Definitionsmenge an und berechne die folgenden Funktionswerte $f(-4)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(5)$ und $f(8)$.
- a) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen $f(x) = \frac{2}{x}$ und $g(x) = -0,5x + 2,5$ in ein Koordinatensystem.
b) Bestimme die Lösungen der Gleichung $\frac{2}{x} = -0,5x + 2,5$ mit Hilfe deiner Zeichnung von a) und überprüfe das auch mit einer geeigneten Rechnung.

Wahrscheinlichkeitsrechnung

- In einer Urne befinden sich 4 gleiche (undurchsichtige) Hohlkugeln, in denen sich Geldscheine oder Nieten befinden. Eine Kugel enthält 20 €, eine zweite enthält 5 € und die beiden restlichen Kugeln enthalten Nieten.
Laura zieht aus der Urne 2 Kugeln und öffnet sie; der Inhalt gehört ihr dann.
a) Zeichne ein Baumdiagramm und gib eine geeignete Ergebnismenge an!
Welche Geldbeträge kann Laura gewinnen?
b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse!
 $E_1 =$ „Laura gewinnt nichts.“ $E_2 =$ „Laura gewinnt mehr als 5 €.“
 $E_3 =$ „Laura gewinnt 25 €“ $E_4 =$ „Laura gewinnt mindestens 30 €.“
- a) Wie viele (auch unsinnige) Wörter kann man mit den 5 Buchstaben A, B, E, N und D schreiben?
b) Wie viele (auch unsinnige) Wörter kann man mit den 6 Buchstaben B, A, N, A, N und E schreiben?

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Übungsaufgaben zur 3. Schulaufgabe * Lösungen

1. a) $350000000 \text{ kg} = 3,5 \cdot 10^8 \text{ kg}$ b) $0,000054 \text{ m} = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
 c) $2340000000000 \text{ s} = 2,34 \cdot 10^{12} \text{ s}$ d) $0,000000000225 \text{ cm} = 2,25 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$

2. a) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ b) $-2 \cdot 3^4 : (-2)^3 = \frac{-2 \cdot 81}{-8} = \frac{81}{4} = 20,25$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^0 - \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = 2^3 + 1 - \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = 8 + 1 - \frac{25}{4} = 2\frac{3}{4} = 2,75$

d) $(x^4)^{-3} \cdot (x^3 \cdot x^5)^2 = \frac{1}{x^{12}} \cdot (x^8)^2 = \frac{x^{16}}{x^{12}} = x^4$

e) $(2x)^3 \cdot x^{-2} : (5x)^{-1} = 8x^3 \cdot \frac{1}{x^2} : \frac{1}{5x} = \frac{8x^3 \cdot 5x}{x^2} = 40x^2$

f) $\frac{x^4 \cdot y^{-1}}{x^{-2} \cdot y} \cdot \frac{3y^3}{(x^2)^3} = \frac{x^4 \cdot x^2}{y^1 \cdot y} \cdot \frac{3y^3}{x^{2 \cdot 3}} = \frac{x^6 \cdot 3y^3}{y^2 \cdot x^6} = 3y$

3. a) $\frac{5x-10}{2x+2} : \frac{2x-x^2}{5+5x} = \frac{5(x-2)}{2(x+1)} \cdot \frac{5(1+x)}{x(2-x)} = \frac{5 \cdot (x-2) \cdot 5 \cdot (x+1)}{2(x+1) \cdot x \cdot (-1) \cdot (x-2)} = -\frac{25}{2x}$

b) $\frac{x^2-3x}{x+1} \cdot \frac{x+x^2}{6-2x} \cdot \frac{4}{5x^2} = \frac{x(x-3)}{(x+1)} \cdot \frac{x(1+x)}{(-2)(-3+x)} \cdot \frac{4}{5x^2} =$
 $\frac{x \cdot (x-3) \cdot x \cdot (x+1) \cdot 2 \cdot 2}{(x+1) \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (x-3) \cdot 5 \cdot x \cdot x} = \frac{2}{-5} = -0,4$

4. a) $\frac{1}{2x} + \frac{x+2}{x^2} = \frac{5}{6x} \quad | \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \Leftrightarrow 3x + 6 \cdot (x+2) = 5x \Leftrightarrow 9x + 12 = 5x \Leftrightarrow$
 $4x = -12 \Leftrightarrow x = -3 \quad L = \{-3\}$

b) $\frac{1}{2x} - \frac{x-2}{x^2+2x} = \frac{3}{4+2x} \Leftrightarrow \frac{1}{2x} - \frac{x-2}{x \cdot (x+2)} = \frac{3}{2(2+x)} \quad | \cdot 2 \cdot x \cdot (x+2) \Leftrightarrow$
 $(x+2) - (x-2) \cdot 2 = 3x \Leftrightarrow x+2-2x+4 = 3x \Leftrightarrow 6 = 4x \Leftrightarrow x = 1,5 \quad L = \{1,5\}$

5. a) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{3 \cdot b}{c \cdot b} + \frac{2 \cdot c}{b \cdot c} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{3b+2c}{bc} \Leftrightarrow a = \frac{bc}{3b+2c}$

entsprechend $b = \frac{2ac}{c-3a}$ und $c = \frac{3ab}{b-2a}$

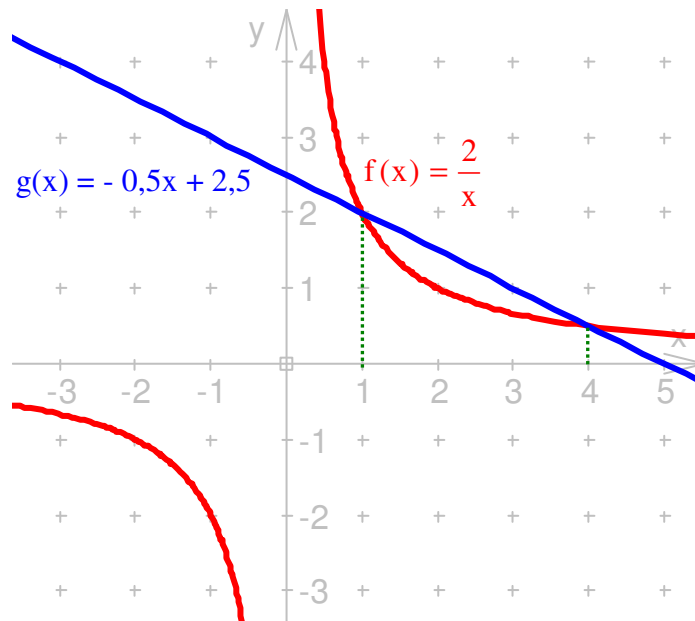
b) $\frac{4d}{a+2c} = \frac{3}{b} \Leftrightarrow \frac{a+2c}{4d} = \frac{b}{3} \Leftrightarrow a+2c = \frac{4db}{3} \Leftrightarrow a = \frac{4db}{3} - 2c$

entsprechend $b = \frac{3a+6c}{4d}$ und $c = \frac{2bd}{3} - \frac{a}{2}$

6. $f(x) = \frac{2x-1}{x \cdot (x+1)} \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0; -1\}$

$f(-4) = -\frac{3}{4}$; $f(-2) = -\frac{5}{2}$; $f(1) = \frac{1}{2}$; $f(2) = \frac{1}{2}$; $f(5) = \frac{3}{10}$; $f(8) = \frac{5}{24}$

7. a)



b) $\frac{2}{x} = -0,5x + 2,5 \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 4$

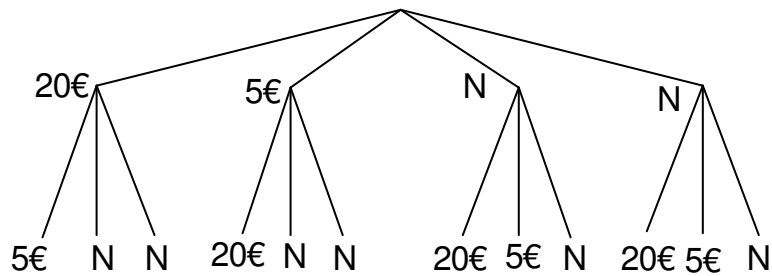
Probe:

$f(1) = 2 \text{ und } g(1) = \dots = 2$

$f(4) = \frac{1}{2} \text{ und } g(4) = \dots = \frac{1}{2}$

8. a) $\Omega = \{(20, 5), (20, N_1), (20, N_2), (5, 20), (5, N_1), (5, N_2), (N_1, 20), \dots, (N_2, N_1)\}$

Laura kann
25€, 20€, 5€
und nichts
gewinnen.



b) $P(E_1) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P(E_2) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ $P(E_3) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P(E_4) = \frac{0}{12} = 0$

9. a) Es gibt $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Möglichkeiten.

b) Es gibt $\frac{6!}{2 \cdot 2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 180$ Möglichkeiten.

(Beachte, dass man beim Vertauschen der beiden Buchstaben A bzw. N keine neuen Worte erhält.)