

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Ungleichungen und Intervallschreibweise

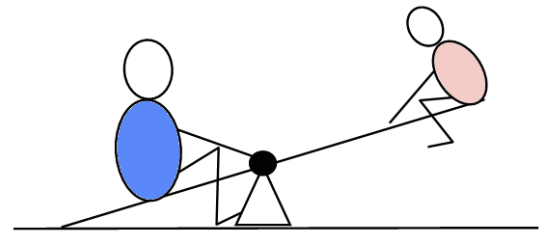
Beachte die folgende Intervallschreibweise

$$] a ; b [= \{ x / a < x < b \} \quad \text{und} \quad [a ; b] = \{ x / a \leq x \leq b \}$$

$$] a ; b] = \{ x / a < x \leq b \} \quad \text{und} \quad] a ; b [= \{ x / a < x \leq b \}$$

$$] -\infty ; a] = \{ x / x \leq a \} \quad \text{und} \quad] -\infty ; a [= \{ x / x < a \}$$

$$[a ; \infty [= \{ x / x \geq a \} \quad \text{und} \quad] a ; \infty [= \{ x / x > a \}$$



1. Löse die folgenden Ungleichungen und gib die Lösungsmenge jeweils in Intervallschreibweise an.

a) $2 \cdot x - 3 < 5 + 6x$

b) $29 - 5x \geq 2x + 8$

c) $12x - 15 \geq 15 - 12x$

d) $21 + 3x \leq 3 - 21x$

e) $10 - 9 \cdot (x - 8) > 7x + 6$

f) $3 \cdot (4x - 5) - 6 < (7 - 8x) \cdot 9$

g) $2x + 3 \cdot (4 - 5x) \leq 6 - 7x$

h) $20x - 10 \cdot (2x - 3) \leq 30 \cdot (1 - x)$

2. Löse die folgenden Doppelungleichungen und gib die Lösungsmenge wieder in Intervallschreibweise an.

a) $23 < 2x - 3 \leq 32$

b) $15 \leq 2(x - 5) \leq 30$

c) $99 > 66 - 22x \geq -11$

d) $120 - 48 \geq 4 \cdot (8 - 4x) > 12$

e) $2 \cdot 3 - 4 \leq (5 - 6x) \cdot 7 < 8 \cdot 9$

f) $123 - 321 < 12 \cdot (3x - 12) < 12 \cdot (3 + 21)$

3. Löse die folgenden Ungleichungen mit ungewöhnlicher Lösungsmenge.

a) $2 \cdot (3x - 4) < 5 + 6x$

b) $20 - 8x \leq 2 \cdot (8 - 4x)$

c) $2 \cdot (3x - 4) - 5 > 3 \cdot (2x - 5) + 2$

d) $6 \cdot (4x - 6) + 8 \geq 7 \cdot (3x - 4) + 3x$

4. Ungleichungen zum Knobeln für Experten

a) $16 < x^2$

b) $x \cdot (x + 1) \leq x + 9$

c) $2x \cdot (3 - 4x) > 6 \cdot (x - 2) + 4$

d) $10 \leq 3^2 + x^2 \leq 13$

e) $x \cdot (x + 1) \leq x \cdot (x - 1)$

f) $1 + 2x \cdot (3 - 4x) \leq 3x \cdot (2 - 3x)$

5. Löse die bildlich dargestellte Ungleichung!



Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Ungleichungen und Intervallschreibweise * Lösungen

1. a) $2 \cdot x - 3 < 5 + 6x \Leftrightarrow -4x < 8 \Leftrightarrow x > -2$; $L =]-2; \infty[$
 b) $29 - 5x \geq 2x + 8 \Leftrightarrow -7x \geq -21 \Leftrightarrow x \leq 3$; $L =]-\infty; 3]$
 c) $12x - 15 \geq 15 - 12x \Leftrightarrow 24x \geq 30 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{4} \Leftrightarrow x \geq 1,25$; $L = [1,25; \infty[$
 d) $21 + 3x \leq 3 - 21x \Leftrightarrow 24x \leq -18 \Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow x \leq -0,75$; $L =]-\infty; -0,75]$
 e) $10 - 9 \cdot (x - 8) > 7x + 6 \Leftrightarrow 82 - 9x > 7x + 6 \Leftrightarrow -16x > -76 \Leftrightarrow x < 4,75$; $L =]-\infty; 4,75[$
 f) $3 \cdot (4x - 5) - 6 < (7 - 8x) \cdot 9 \Leftrightarrow 12x - 21 < 63 - 72x \Leftrightarrow 84x < 84 \Leftrightarrow x < 1$; $L =]-\infty; 1[$
 g) $2x + 3 \cdot (4 - 5x) \leq 6 - 7x \Leftrightarrow -13x + 12 \leq 6 - 7x \Leftrightarrow -6x \leq -6 \Leftrightarrow x \geq 1$; $L = [1; \infty[$
 h) $20x - 10 \cdot (2x - 3) \leq 30 \cdot (1 - x) \Leftrightarrow 30 \leq 30 - 30x \Leftrightarrow 30x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$; $L =]-\infty; 0]$
2. a) $23 < 2x - 3 \leq 32 \Leftrightarrow 26 < 2x \leq 35 \Leftrightarrow 13 < x \leq 17,5$; $L =]13; 17,5]$
 b) $15 \leq 2(x - 5) \leq 30 \Leftrightarrow 7,5 \leq x - 5 \leq 15 \Leftrightarrow 12,5 \leq x \leq 20$; $L = [12,5; 20]$
 c) $99 > 66 - 22x \geq -11 \Leftrightarrow 33 > -22x \geq -77 \Leftrightarrow -1,5 < x \leq 3,5$; $L =]-1,5; 3,5]$
 d) $120 - 48 \geq 4 \cdot (8 - 4x) > 12 \Leftrightarrow 72 \geq 32 - 16x > 12 \Leftrightarrow 40 \geq -16x > -20 \Leftrightarrow -2,5 \leq x < 1,25$; $L = [-2,5; 1,25[$
 e) $2 \cdot 3 - 4 \leq (5 - 6x) \cdot 7 < 8 \cdot 9 \Leftrightarrow 2 \leq 35 - 42x < 72 \Leftrightarrow -33 \leq -42x < 37 \Leftrightarrow \frac{11}{14} \geq x > -\frac{37}{42}$; $L =]-\frac{37}{42}; \frac{11}{14}]$
 f) $123 - 321 < 12 \cdot (3x - 12) < 12 \cdot (3 + 21) \Leftrightarrow -198 < 36x - 144 < 288 \Leftrightarrow -54 < 36x < 432 \Leftrightarrow 1,5 < x < 12$; $L =]1,5; 12[$
3. a) $2 \cdot (3x - 4) < 5 + 6x \Leftrightarrow 6x - 8 < 5 + 6x \Leftrightarrow -8 < 5$ gilt für jedes $x \in \mathbb{Q}$, also $L = \mathbb{Q}$
 b) $20 - 8x \leq 2 \cdot (8 - 4x) \Leftrightarrow 20 - 8x \leq 16 - 8x \Leftrightarrow 20 \leq 16$ gilt für kein $x \in \mathbb{Q}$, also $L = \{ \}$
 c) $2 \cdot (3x - 4) - 5 > 3 \cdot (2x - 5) + 2 \Leftrightarrow 6x - 13 > 6x - 13 \Leftrightarrow 0 > 0$ gilt für kein $x \in \mathbb{Q}$, also $L = \{ \}$
 d) $6 \cdot (4x - 6) + 8 \geq 7 \cdot (3x - 4) + 3x \Leftrightarrow 24x - 28 \geq 24x - 28 \Leftrightarrow 0 \geq 0$ gilt für jedes $x \in \mathbb{Q}$, also $L = \mathbb{Q}$
4. a) $16 < x^2 \Leftrightarrow x > 4$ oder $x < -4$, also $L =]-\infty; -4[\cup]4; \infty[= \mathbb{Q} \setminus [-4; 4]$
 b) $x \cdot (x + 1) \leq x + 9 \Leftrightarrow x^2 + x \leq x + 9 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$; $L = [-3; 3]$
 c) $2x \cdot (3 - 4x) > 6 \cdot (x - 2) + 4 \Leftrightarrow 6x - 8x^2 > 6x - 8 \Leftrightarrow -8x^2 > -8 \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$; $L =]-1; 1[$
 d) $10 \leq 3^2 + x^2 \leq 13 \Leftrightarrow 1 \leq x^2 \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ oder $-2 \leq x \leq -1$; $L = [-2; -1] \cup [1; 2]$
 e) $x \cdot (x + 1) \leq x \cdot (x - 1) \Leftrightarrow x^2 + x \leq x^2 - x \Leftrightarrow 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$; $L =]-\infty; 0]$
 f) $1 + 2x \cdot (3 - 4x) \leq 3x \cdot (2 - 3x) \Leftrightarrow 1 + 6x - 8x^2 \leq 6x - 9x^2 \Leftrightarrow x^2 \leq -1$ hat keine Lösung; $L = \{ \}$
5. $2 + 3x > 2x + 4 \Leftrightarrow x > 2$; $L =]2; \infty[$

