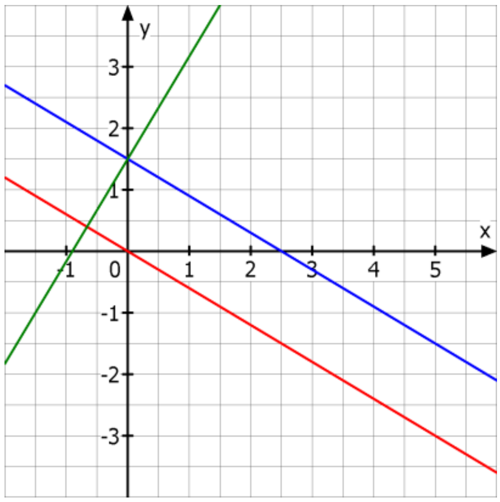
1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 8b * 25.11.2014 * Gruppe A

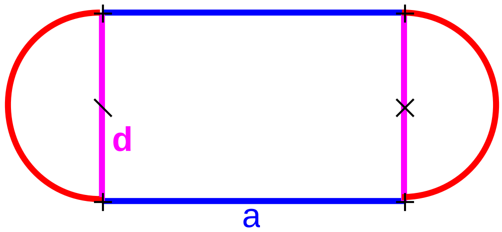
1. Ein Schwimmbecken wird durch 6 gleich starke Pumpen in 8 Stunden leergepumpt.
   a) Wie lange dauert das Leerpumpen, wenn von Anfang an nur 4 dieser Pumpen in Betrieb sind?
   b) Nach 5 Stunden fällt eine der 6 Pumpen aus. Um wie viele Minuten dauert es nun länger, bis das Becken leergepumpt ist?

2. Bestimme den maximalen Definitionsbereich und alle Nullstellen der Funktion f mit

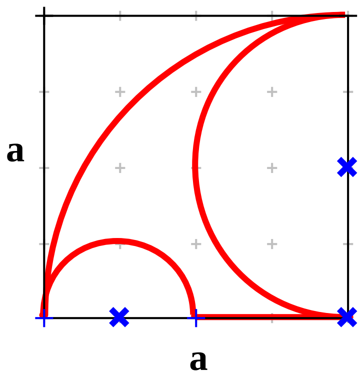
$$f(x) = \frac{4 - x^2}{2x^2 - 3x} \; .$$



3. Das Bild zeigt 3 Geraden.
   Der Punkt (5/-3) liegt auf der roten Geraden.
   a) Begründe, dass die rote Gerade zu einer direkten Proportionalität gehört und gib die zugehörige Funktionsgleichung an.
   b) Wie lautet die Funktionsgleichung der blauen Geraden, die parallel zur roten verläuft?
   c) Die grüne Gerade schneidet die blaue Gerade senkrecht. Gib die zugehörige Funktionsgleichung an.



4. Die 400-Meter-Laufbahn im Sportpark Eglfing besteht aus zwei parallelen Strecken der Länge a und zwei Halbkreisen mit dem Durchmesser d (siehe Bild).
   Die Länge von a beträgt 84,20m.
   Berechne den Durchmesser d auf cm gerundet.



5. Die rot umrandete Figur befindet sich in einem Quadrat der Kantenlänge a.
   a) Bestimme den Umfang der Figur in Vielfachen der Länge a .
   b) Wie viel Prozent macht der Flächeninhalt der roten Figur vom Flächeninhalt des Quadrats aus?
      Runde auf 0,1 Prozent genau.

Aufgabe	1a	b	2	3a	b	c	4	5a	b	Summe
Punkte	2	4	4	3	2	3	5	4	4	31

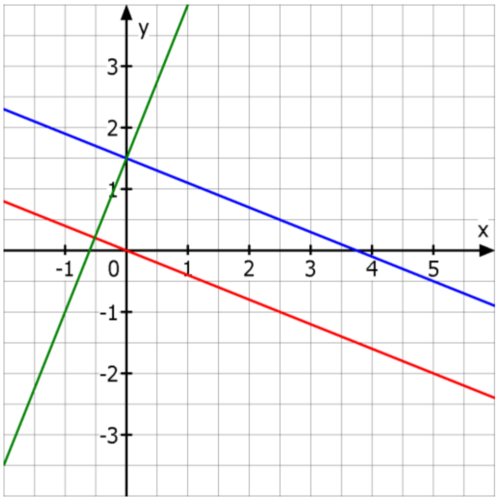
Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 8b * 25.11.2014 * Gruppe B

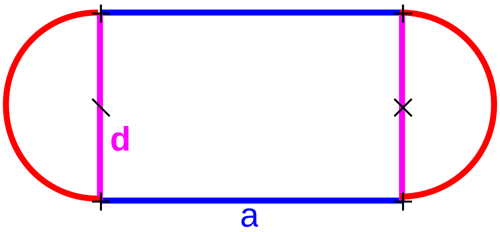
1. Ein Schwimmbecken wird durch 5 gleich starke Pumpen in 6 Stunden leergepumpt.
   a) Wie lange dauert das Leerpumpen, wenn von Anfang an nur 3 dieser Pumpen in Betrieb sind?
   b) Nach 4 Stunden fallen zwei der 5 Pumpen aus. Um wie viele Minuten dauert es nun länger, bis das Becken leergepumpt ist?

2. Bestimme den maximalen Definitionsbereich und alle Nullstellen der Funktion f mit
   $$f(x) = \frac{9 - x^2}{2x^2 - 5x} \ .$$

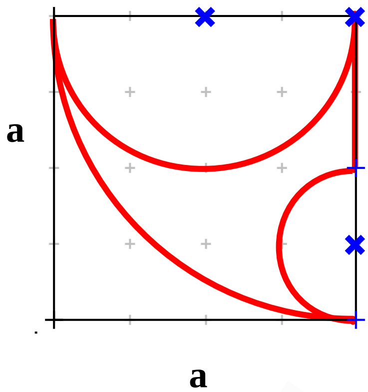
3. Das Bild zeigt 3 Geraden.
   Der Punkt (5/-2) liegt auf der roten Geraden.
   a) Begründe, dass die rote Gerade zu einer direkten Proportionalität gehört und gib die zugehörige Funktionsgleichung an.
   b) Wie lautet die Funktionsgleichung der blauen Geraden, die parallel zur roten verläuft?
   c) Die grüne Gerade schneidet die blaue Gerade senkrecht. Gib die zugehörige Funktionsgleichung an.



4. Die 400-Meter-Laufbahn im Sportpark Eglfing besteht aus zwei parallelen Strecken der Länge a und zwei Halbkreisen mit dem Durchmesser d (siehe Bild).
   Die Länge von a beträgt 84,60m.
   Berechne den Durchmesser d auf cm gerundet.



5. Die rot umrandete Figur befindet sich in einem Quadrat der Kantenlänge a.
   a) Bestimme den Umfang der Figur in Vielfachen der Länge a .
   b) Wie viel Prozent macht der Flächeninhalt der roten Figur vom Flächeninhalt des Quadrats aus?
   Runde auf 0,1 Prozent genau.



Aufgabe	1a	b	2	3a	b	c	4	5a	b	Summe
Punkte	2	4	4	3	2	3	5	4	4	31

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 8b * 25.11.2014 * Gruppe A * Lösungen

1. a) 6 Pumpen $\hat{=}$ 8 Std.

   4 Pumpen $\hat{=} \dfrac{6 \cdot 8\,\text{Std.}}{4} = 12\,\text{Std.}$

   b) Nach 5 Stunden benötigen 6 Pumpen noch 3 Std., also

   6 Pumpen $\hat{=}$ 3 Std.

   5 Pumpen $\hat{=} \dfrac{6 \cdot 3\,\text{Std.}}{5} = \dfrac{18}{5}\,\text{Std.} = 3\dfrac{3}{5}\,\text{Std.} = 3\,\text{Std.}\ 36\,\text{Minuten}$.

   Es dauert also um 36 Minuten länger.

2. Definitionsbereich:

   $2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (2x-3) = 0 \Leftrightarrow x=0$ oder $x = \dfrac{3}{2}$ also $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{0\,;\,\dfrac{3}{2}\}$

   Nullstellen: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = 2\ ;\ x_2 = -2$

3. a) Rote Gerade gehört zu direkter Proportionalität, weil es sich um eine Ursprungsgerade handelt, d.h. $y \sim x$ also $\dfrac{y}{x} = \text{konst.} = \dfrac{-3}{5} = -0{,}6$ also $y = -0{,}6\,x$.

   b) Blaue Gerade: $y = -0{,}6\,x + 1{,}5$

   c) Grüne Gerade: Steigungen: $m_{\text{grün}} \cdot m_{\text{blau}} = -1 \Rightarrow m_{\text{grün}} = \dfrac{-1}{-0{,}6} = \dfrac{5}{3}$ also $y = \dfrac{5}{3}x + 1{,}5$

4. Ansatz: $2a + 2 \cdot \pi \cdot r = 400\text{m} \Leftrightarrow 2a + d \cdot \pi = 400\text{m} \Leftrightarrow$

   $$d = \frac{400\text{m} - 2a}{\pi} = \frac{400\text{m} - 2 \cdot 84{,}20\text{m}}{\pi} = 73{,}720\ldots\text{m} \approx 73{,}72\,\text{m}$$

5. a) $U = \dfrac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot a) + \dfrac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot \dfrac{a}{2}) + \dfrac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot \dfrac{a}{4}) + \dfrac{1}{2}a = \dfrac{\pi \cdot a}{2} + \dfrac{\pi \cdot a}{2} + \dfrac{\pi \cdot a}{4} + \dfrac{1}{2}a =$

   $\dfrac{5\pi}{4}a + \dfrac{2}{4}a = \dfrac{(5\pi + 2)}{4} \cdot a \quad (\approx 4{,}43\,a)$

   b) $A = \dfrac{1}{4} \cdot \left[a^2 \cdot \pi\right] - \dfrac{1}{2} \cdot (\dfrac{a}{2})^2 \cdot \pi - \dfrac{1}{2} \cdot (\dfrac{a}{4})^2 \cdot \pi = \dfrac{a^2 \cdot \pi}{4} - \dfrac{a^2 \cdot \pi}{8} - \dfrac{a^2 \cdot \pi}{32} = \dfrac{3 \cdot \pi}{32}\,a^2 =$

   $0{,}2945\ldots a^2 \approx 29{,}5\%$ von a^2

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 8b * 25.11.2014 * Gruppe B * Lösungen

1. a) $5 \text{ Pumpen} \mathrel{\hat{=}} 6\,\text{Std.}$

   $3 \text{ Pumpen} \mathrel{\hat{=}} \frac{5 \cdot 6\,\text{Std.}}{3} = 10\,\text{Std.}$

   b) Nach 4 Stunden benötigen 5 Pumpen noch 2 Std., also

   $5 \text{ Pumpen} \mathrel{\hat{=}} 2 \text{ Std.}$

   $3 \text{ Pumpen} \mathrel{\hat{=}} \frac{5 \cdot 2 \text{ Std.}}{3} = \frac{10}{3} \text{ Std.} = 3\frac{1}{3} \text{Std.} = 3 \text{Std. } 20 \text{ Minuten}$.

   Es dauert also um 80 Minuten länger.

2. Definitionsbereich:

   $2x^2 - 5x = 0 \;\Leftrightarrow\; x \cdot (2x-5) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = 0 \text{ oder } x = \frac{5}{2}$ also $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{0\,;\, \frac{5}{2}\}$

   Nullstellen: $f(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; 9 - x^2 = 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 9 \;\Leftrightarrow\; x_1 = 3\,;\; x_2 = -3$

3. a) Rote Gerade gehört zu direkter Proportionalität, weil es sich um eine Ursprungsgerade handelt, d.h. $y \sim x$ also $\frac{y}{x} = \text{konst.} = \frac{-2}{5} = -0{,}4$ also $y = -0{,}4x$.

   b) Blaue Gerade: $y = -0{,}4x + 1{,}5$

   c) Grüne Gerade: Steigungen: $m_{\text{grün}} \cdot m_{\text{blau}} = -1 \;\Rightarrow\; m_{\text{grün}} = \frac{-1}{-0{,}4} = \frac{5}{2}$ also $y = 2{,}5x + 1{,}5$

4. Ansatz: $2a + 2 \cdot \pi \cdot r = 400\text{m} \;\Leftrightarrow\; 2a + d \cdot \pi = 400\text{m} \;\Leftrightarrow$

   $$d = \frac{400\text{m} - 2a}{\pi} = \frac{400\text{m} - 2 \cdot 84{,}60\text{m}}{\pi} = 73{,}465...\text{m} \approx 73{,}47\,\text{m}$$

5. a) $U = \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot a) + \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot \frac{a}{2}) + \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot \frac{a}{4}) + \frac{1}{2}a = \frac{\pi \cdot a}{2} + \frac{\pi \cdot a}{2} + \frac{\pi \cdot a}{4} + \frac{1}{2}a =$

   $\frac{5\pi}{4}a + \frac{2}{4}a = \frac{(5\pi + 2)}{4} \cdot a \quad (\approx 4{,}43a)$

   b) $A = \frac{1}{4} \cdot \left[a^2 \cdot \pi\right] - \frac{1}{2} \cdot (\frac{a}{2})^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot (\frac{a}{4})^2 \cdot \pi = \frac{a^2 \cdot \pi}{4} - \frac{a^2 \cdot \pi}{8} - \frac{a^2 \cdot \pi}{32} = \frac{3 \cdot \pi}{32} a^2 =$

   $0{,}2945...a^2 \approx 29{,}5\%$ von a^2