

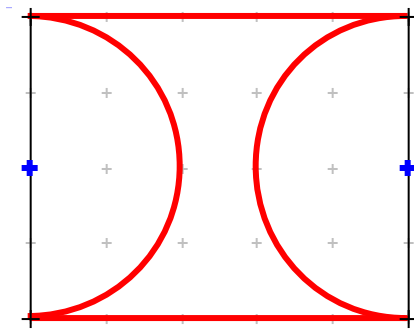
# Mathematik \* Jahrgangsstufe 8 \* Aufgaben zu Umfang und Flächeninhalt des Kreises

Das Bild zeigt fünf Figuren, die von roten Linien begrenzt werden.  
Kreuze kennzeichnen dabei die Mittelpunkte von Kreisen bzw. Kreisbögen.

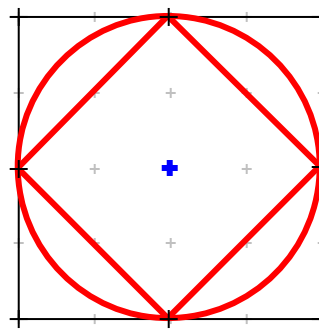


- Bestimme jeweils den Umfang dieser Figuren in Vielfachen der Länge  $a$ .  
Aber Achtung! Bei einer Figur kannst du diesen Umfang noch nicht ermitteln! Welche Figur ist das?
- Bestimme jeweils den Flächeninhalt dieser Figuren in Vielfachen der Flächeneinheit  $a^2$ .

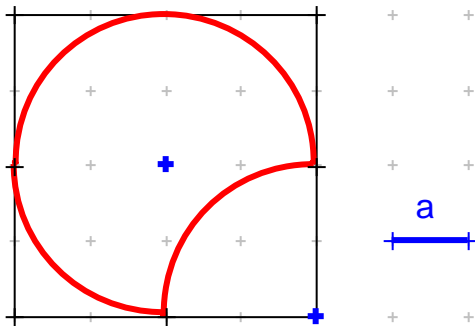
Figur 1



Figur 2

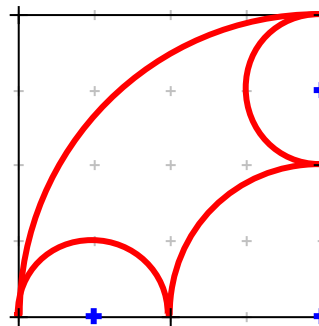


Figur 3

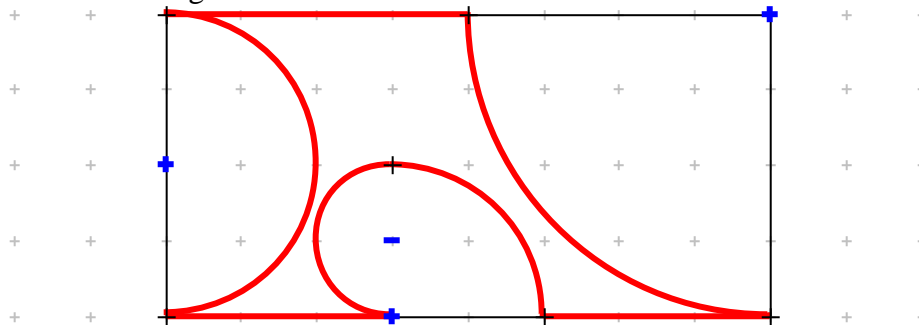


$a$

Figur 4



Figur 5



**Mathematik \* Jahrgangsstufe 8 \* Aufgaben zu Umfang und Flächeninhalt des Kreises  
Lösungen**

Figur 1

a)  $U_1 = 2 \cdot 5a + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot 2a) = 10a + 4\pi a = (10 + 4\pi) \cdot a \approx 22,6a$

b)  $A_1 = 5a \cdot 4a - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot ((2a)^2 \cdot \pi) = 20a^2 - 4a^2\pi = (20 - 4\pi) \cdot a^2 \approx 7,43a^2$



Figur 2

a) Der Umfang der Figur 2 kann in der 8. Klasse noch nicht berechnet werden, denn die Kantenlänge  $x$  des Quadrats lässt sich nicht mit einem rationalen Vielfachen von  $a$  angeben. ( $x = \sqrt{2} \cdot 2a = 2,8284271247... a$  und  $U_2 = 2\pi \cdot 2a + 4x$ )

b)  $A_2 = (2a)^2 \cdot \pi - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2a)^2 = 4\pi a^2 - 4a^2 = (4\pi - 8) \cdot a^2 \approx 4,57a^2$

Figur 3

a)  $U_3 = \frac{3}{4} \cdot (2\pi \cdot 2a) + \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot 2a) = 2\pi \cdot 2a = 4\pi a \approx 12,6a$

b)  $A_3 = \frac{3}{4} \cdot ((2a)^2 \pi) + \left[ (2a)^2 - \frac{1}{4} \cdot ((2a)^2 \pi) \right] = 3a^2\pi + 4a^2 - a^2\pi = (2\pi + 4) \cdot a^2 \approx 10,28a^2$

Figur 4

a)  $U_4 = \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot 4a) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot a) + \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot 2a) = 2\pi a + 2\pi a + \pi a = 5\pi a \approx 15,7a$

b)  $A_4 = \frac{1}{4} \cdot ((4a)^2 \pi) - \left[ 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (a^2 \pi) + \frac{1}{4} \cdot ((2a)^2 \pi) \right] = 4a^2\pi - [a^2\pi + a^2\pi] = 2\pi a^2 \approx 6,28a^2$

Figur 5

a)  $U_5 = 4a + 2 \cdot 3a + \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot 4a) + \frac{1}{4} \cdot (2\pi \cdot 2a) + \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot a) + \frac{1}{2} \cdot (2\pi \cdot 2a) =$   
 $10a + 2\pi a + \pi a + \pi a + 2\pi a = (10 + 6\pi) \cdot a \approx 28,8a$

b)  $A_5 = 8a \cdot 4a - \frac{1}{4} \cdot ((4a)^2 \cdot \pi) - \frac{1}{4} \cdot ((2a)^2 \cdot \pi) - \frac{1}{2} \cdot (a^2 \cdot \pi) - \frac{1}{2} \cdot ((2a)^2 \cdot \pi) =$   
 $32a^2 - 4a^2\pi - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi - 2a^2\pi = (32 - 7,5\pi) \cdot a^2 \approx 8,44a^2$

