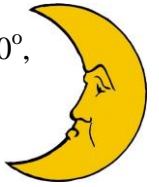
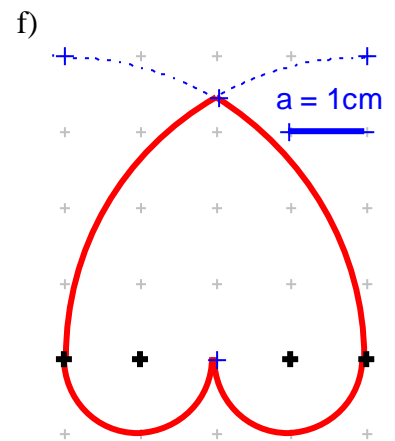
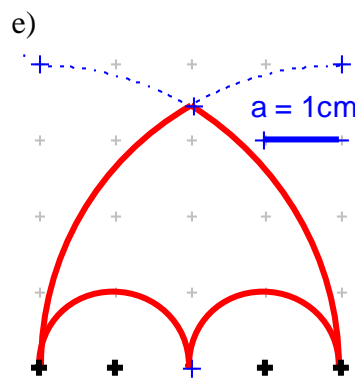
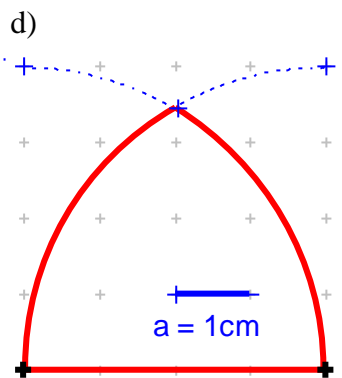
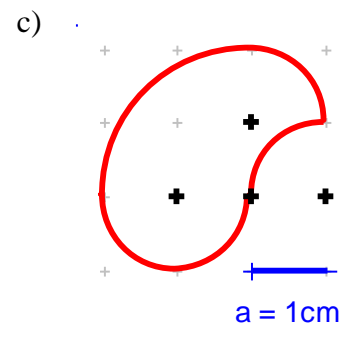
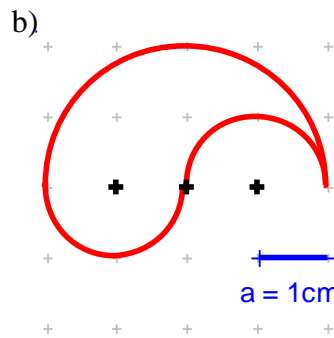
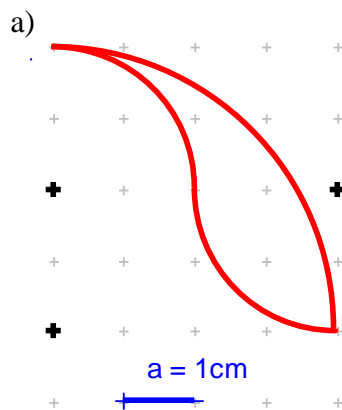


Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Radius

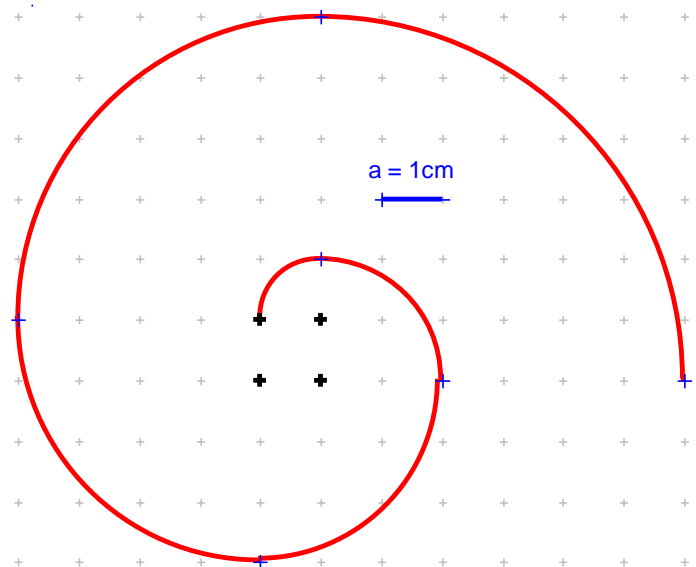


1. Alle abgebildeten Figuren bestehen aus Kreisbögen mit den Mittelpunktswinkeln 60° , 90° oder 120° . Bestimme jeweils den Umfang der Figur.
Runde das Ergebnis jeweils auf Millimeter genau.
Die „Kreuze“ kennzeichnen jeweils die Kreismittelpunkte der Kreisbögen.



2. Die abgebildete Spirale setzt sich jeweils aus Kreisbögen mit Mittelpunktswinkeln von 90° zusammen. Dabei werden nur die vier eingetragenen Mittelpunkte benötigt.

- a) Wie lang ist die abgebildete Spirale, die aus 6 Kreisbögen zusammengesetzt ist?
- b) Man kann weitere Kreisbögen anfügen. Wie lang ist die Spirale, wenn sie aus insgesamt 12 Kreisbögen besteht?
- c) Für Experten:
Aus wie vielen Kreisbögen muss die Spirale mindestens bestehen, wenn sie mindestens 10 Meter lang sein soll?



Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Radius

Lösungen



$$1. \text{ a) } \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a = 4 \cdot \pi \cdot a \approx 12,6 \text{ cm}$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a = 4 \cdot \pi \cdot a \approx 12,6 \text{ cm}$$

$$\text{c) } \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a = 3 \cdot \pi \cdot a \approx 9,4 \text{ cm}$$

$$\text{d) } \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + 4a = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot a + 4a \approx 12,4 \text{ cm}$$

$$\text{e) } \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot a + \pi \cdot 2a = \frac{14}{3} \cdot \pi \cdot a \approx 14,7 \text{ cm}$$

$$\text{f) } \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot a + \pi \cdot 2a = \frac{14}{3} \cdot \pi \cdot a \approx 14,7 \text{ cm}$$

$$2. \text{ a) } \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5a + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6a = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (a + 2a + 3a + 4a + 5a + 6a) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 21a = \frac{21}{2} \cdot \pi \cdot a \approx 33,0 \text{ cm}$$

$$\text{b) } \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (a + 2a + 3a + \dots + 11a + 12a) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 78a = 39 \cdot \pi \cdot a \approx 122,5 \text{ cm}$$

$$\text{c) } \text{Es muss gelten: } \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (a + 2a + 3a + \dots + n \cdot a) \geq 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$\text{Das ist der Fall, falls } \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n) \geq 1000 \quad \text{bzw.}$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + n) \geq \frac{2000}{\pi} \approx 637 \quad \text{gilt.}$$

Diese Ungleichung ist erstmals für $n = 36$ erfüllt, denn

$$1 + 2 + 3 + \dots + 34 + 35 = 630 \quad \text{und} \quad 1 + 2 + 3 + \dots + 35 + 36 = 666.$$

Nach 36 Viertelkreisbögen ist die Spirale insgesamt also länger als 10m.