

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Hauptnenner und Bruchgleichungen

1. Finde jeweils den Hauptnenner!

Gib dann an, wie sich der Hauptnenner als Produkt mit jedem einzelnen Nenner schreiben lässt.

Beispiel: $N_1 = 2x - 6$; $N_2 = 6x$; $N_3 = 3x - x^2$

$$N_1 = 2(x - 3) ; N_2 = 6x ; N_3 = x \cdot (3 - x) = -x \cdot (x - 3)$$

$$HN = 2 \cdot (x - 3) \cdot 3 \cdot x \quad \text{und} \quad HN = N_1 \cdot 3x ; HN = N_2 \cdot 2 \cdot (x - 3) ; HN = N_3 \cdot (-6)$$

a) $N_1 = x^2 + 2x$; $N_2 = 5x$; $N_3 = 4 + 2x$

b) $N_1 = 3 + 2x$; $N_2 = 4x$; $N_3 = 4x^2 + 6x$

c) $N_1 = 2x^2 - 8$; $N_2 = 3x + 6$; $N_3 = 2x + 4$

d) $N_1 = 5x + 5$; $N_2 = 2x - 2$; $N_3 = x^2 - 1$

e) $N_1 = 4x$; $N_2 = 6x - 4$; $N_3 = 2x - 3x^2$

f) $N_1 = x^2 + 6x + 9$; $N_2 = 2x + 6$; $N_3 = x^2 + 3x$

g) $N_1 = x^2 - 4x + 4$; $N_2 = 2x - 4$; $N_3 = 6 - 3x$

h) $N_1 = x^2 + 2x$; $N_2 = 5x$; $N_3 = 4 + 2x$



2. Löse die Bruchgleichung!

Beispiel: $\frac{2x+1}{x^2+2x} - \frac{4}{5x} = \frac{3}{4+2x}$; $HN = x \cdot (x+2) \cdot 5 \cdot 2$

$$\frac{(2x+1) \cdot x \cdot (x+2) \cdot 5 \cdot 2}{x \cdot (x+2)} - \frac{4 \cdot x \cdot (x+2) \cdot 5 \cdot 2}{5 \cdot x} = \frac{3 \cdot x \cdot (x+2) \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot (2+x)} \Leftrightarrow$$

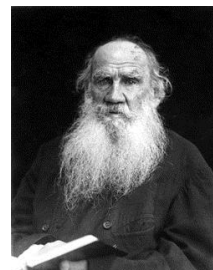
$$(2x+1) \cdot 5 \cdot 2 - 4 \cdot (x+2) \cdot 2 = 3 \cdot x \cdot 5 \Leftrightarrow 20x+10 - 8x-16 = 15x \Leftrightarrow$$

$$-3x = 6 \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{aber} \quad L = \{ \}, \quad \text{denn} \quad -2 \notin D$$

a) $\frac{4}{3+2x} = \frac{5}{4x} + \frac{x-3}{4x^2+6x}$

b) $\frac{3x-5}{2x^2-8} - \frac{1}{3x+6} = \frac{1}{4+2x}$

c) $\frac{9}{5x+5} - \frac{1}{2x-2} = \frac{x-3}{x^2-1}$



*„Ein Mensch ist wie eine Bruchrechnung:
Sein Zähler zeigt an, was er ist, und sein Nenner,
wofür er sich hält.
Je größer der Nenner, desto kleiner der Bruch.“
(Leo Tolstoi)*

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Hauptnenner und Bruchgleichungen * Lösungen

1. a) $N_1 = x^2 + 2x = x \cdot (x+2)$; $N_2 = 5x$; $N_3 = 2 \cdot (2+x)$; $HN = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot (x+2)$

$$HN = 2 \cdot 5 \cdot N_1 \text{ ; } HN = 2 \cdot (x+2) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 5 \cdot x \cdot N_3$$

b) $N_1 = 3 + 2x$; $N_2 = 2 \cdot 2 \cdot x$; $N_3 = 2 \cdot x \cdot (2x+3)$; $HN = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (2x+3)$

$$HN = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot N_1 \text{ ; } HN = (2x+3) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 2 \cdot N_3 = 2 \cdot x \cdot (2x+3)$$

c) $N_1 = 2x^2 - 8 = 2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)$; $N_2 = 3 \cdot (x+2)$; $N_3 = 2 \cdot (x+2)$;

$$HN = 3 \cdot 2 \cdot (x-2) \cdot (x+2) \text{ ; } HN = 3 \cdot N_1 \text{ ; } HN = 2 \cdot (x-2) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 3 \cdot (x-2) \cdot N_3$$

d) $N_1 = 5x + 5 = 5 \cdot (x+1)$; $N_2 = 2x - 2 = 2 \cdot (x-1)$; $N_3 = x^2 - 1 = (x-1) \cdot (x+1)$

$$HN = 5 \cdot 2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) \text{ und } HN = 2 \cdot (x-1) \cdot N_1 \text{ ; } HN = 5 \cdot (x+1) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 5 \cdot 2 \cdot N_3$$

e) $N_1 = 4x = 2 \cdot 2 \cdot x$; $N_2 = 6x - 4 = 2 \cdot (3x - 2)$; $N_3 = 2x - 3x^2 = x \cdot (2 - 3x) = -x \cdot (3x - 2)$

$$HN = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (3x - 2) \text{ ; } HN = (3x - 2) \cdot N_1 \text{ ; } HN = 2x \cdot N_2 \text{ ; } HN = -2 \cdot 2N_3$$

f) $N_1 = x^2 + 6x + 9 = (x+3) \cdot (x+3)$; $N_2 = 2x + 6 = 2 \cdot (x+3)$; $N_3 = x^2 + 3x = x \cdot (x+3)$

$$HN = 2 \cdot x \cdot (x+3)^2 \text{ ; } HN = 2 \cdot x \cdot N_1 \text{ ; } HN = x \cdot (x+3) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 2 \cdot (x+3) \cdot N_3$$

g) $N_1 = x^2 - 4x + 4 = (x-2) \cdot (x-2)$; $N_2 = 2x - 4 = 2 \cdot (x-2)$; $N_3 = 6 - 3x = -3 \cdot (x-2)$

$$HN = 2 \cdot 3 \cdot (x-2)^2 \text{ ; } HN = 2 \cdot 3 \cdot N_1 \text{ ; } HN = 3 \cdot (x-2) \cdot N_2 \text{ ; } HN = -2 \cdot (x-2) \cdot N_3$$

h) $N_1 = x^2 + 2x = x \cdot (x+2)$; $N_2 = 5 \cdot x$; $N_3 = 4 + 2x = 2 \cdot (x+2)$; $HN = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot (x+2)$

$$HN = 2 \cdot 5 \cdot N_1 \text{ ; } HN = 2 \cdot (x+2) \cdot N_2 \text{ ; } HN = 5 \cdot x \cdot N_3$$

2. a) $\frac{4}{3+2x} = \frac{5}{4x} + \frac{x-3}{4x^2+6x}$; $HN = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (2x+3)$

$$\frac{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (2x+3)}{3+2x} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (2x+3)}{4x} + \frac{(x-3) \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot (2x+3)}{2 \cdot x \cdot (2x+3)} \Leftrightarrow$$

$$16x = 5 \cdot (2x+3) + (x-3) \cdot 2 \Leftrightarrow 16x = 10x + 15 + 2x - 6 \Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \text{ ; } L = \left\{ \frac{9}{4} \right\}$$

b) $\frac{3x-5}{2x^2-8} - \frac{1}{3x+6} = \frac{1}{4+2x}$; $HN = 2 \cdot 3 \cdot (x-2) \cdot (x+2)$

$$\frac{(3x-5) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{3 \cdot (x+2)} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{2 \cdot (x+2)} \Leftrightarrow$$

$$(3x-5) \cdot 3 - 2 \cdot (x-2) = 3 \cdot (x-2) \Leftrightarrow 9x - 15 - 2x + 4 = 3x - 6 \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{5}{4} \text{ ; } L = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

c) $\frac{9}{5x+5} - \frac{1}{2x-2} = \frac{x-3}{x^2-1}$; $HN = 2 \cdot 5 \cdot (x+1) \cdot (x-1)$

$$\frac{9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{5(x+1)} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{2 \cdot (x-1)} = \frac{(x-3) \cdot 2 \cdot 5 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)} \Leftrightarrow$$

$$9 \cdot 2 \cdot (x-1) - 5 \cdot (x+1) = (x-3) \cdot 2 \cdot 5 \Leftrightarrow 18x - 18 - 5x - 5 = 10x - 30 \Leftrightarrow$$

$$3x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3} \text{ ; } L = \left\{ -\frac{7}{3} \right\}$$

