

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Textaufgaben zu Bruchgleichungen



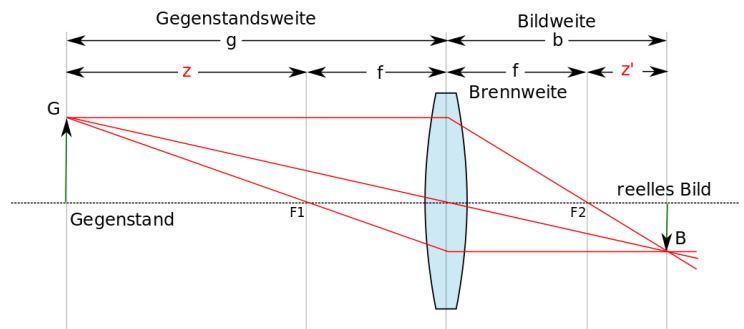
1. a) Addiert man zu Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{5}{8}$ jeweils dieselbe Zahl, so erhält man einen Bruch mit dem Wert $\frac{4}{5}$. Wie lautet die Zahl?
- b) Ein Bruch ergibt gekürzt den Wert $\frac{5}{8}$.
Addiert man zu Zähler und Nenner des ungekürzten Bruchs jeweils die Zahl 4, so erhält man einen Bruch mit dem Wert 0,64.
Wie lautet der ungekürzte Bruch?
- c) Gibt es einen Bruch mit dem Wert 0,375, bei dem der Nenner um 15 größer als der Zähler ist?
- d) Gibt es einen Bruch mit dem Wert $\frac{7}{9}$, bei dem die Summe aus Nenner und Zähler den Wert 800 hat?

2. Der rasende Vertreter Herr Huber fährt zu einem Kunden zunächst 40 km Landstraße und dann noch 180 km Autobahn.
Die durchschnittliche Geschwindigkeit auf der Autobahn ist dabei doppelt so hoch wie auf der Landstraße. Insgesamt benötigt Herr Huber nur 1h 40min.
Wie hoch ist die durchschnittliche Geschwindigkeit auf der Landstraße?

3. Bei der optischen Abbildung eines Gegenstandes mit einer Linse gilt die so genannte Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{und zusätzlich} \quad \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

(B = Bildgröße, G = Gegenstandsgröße)



- a) Zeige $b = \frac{g \cdot f}{g - f}$.
- b) Wo muss bei einer Linse mit der Brennweite $f = 30\text{cm}$ der Schirm für ein scharfes Bild aufgestellt werden, wenn die Gegenstandsweite $g = 1,20\text{m}$ beträgt?
- c) Das scharfe Bild soll bei einer Linse mit 30cm Brennweite genau halb so groß wie der Gegenstand sein. Bestimm die Gegenstands- und die Bildweite.
4. Ein Schwimmbad wird von Pumpe 1 in 4 Stunden und von Pumpe 2 in 6 Stunden leer gepumpt.
- a) Wie lange brauchen die beiden Pumpen zusammen, um das Bad leer zu pumpen.
- b) Zusammen mit einer dritten Pumpe 3 kann man das Bad in 1h 20min leer pumpen.
In welcher Zeit schafft das die Pumpe 3 alleine?
- c) Wie lange dauert das Leerpumpen, wenn man zunächst 1 h lang Pumpe 1 alleine pumpen lässt und anschließend Pumpe 1 und Pumpe 2 gemeinsam einsetzt?

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Textaufgaben zu Bruchgleichungen * Lösungen



1. a) $\frac{5+x}{8+x} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 25+5x = 32+4x \Leftrightarrow x = 7$; die gesuchte Zahl lautet 7.

b) Gesuchter Bruch: $\frac{z}{n} = \frac{5 \cdot x}{8 \cdot x}$ und $\frac{5 \cdot x + 4}{8 \cdot x + 4} = 0,64 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot x + 4}{8 \cdot x + 4} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow$

$125x + 100 = 128x + 64 \Leftrightarrow 36 = 3x \Leftrightarrow x = 12$ und der gesuchte Bruch lautet $\frac{60}{96}$.

c) Gesuchter Bruch: $\frac{z}{n} = 0,375 = \frac{3}{8}$ und $n = 15 + z \Rightarrow \frac{z}{15+z} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow 8z = 45 + 3z \Leftrightarrow$

$5z = 45 \Leftrightarrow z = 9$ und $\frac{z}{n} = \frac{9}{24}$

d) Gesuchter Bruch: $\frac{z}{n} = \frac{7 \cdot x}{9 \cdot x}$ und $7x + 9x = 800 \Leftrightarrow 16x = 800 \Leftrightarrow x = 50$ und $\frac{z}{n} = \frac{350}{450}$

2. $v_2 = 2v_1$ und $1\text{h}40\text{min} = t_1 + t_2 = \frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{40\text{km}}{v_1} + \frac{180\text{km}}{2 \cdot v_1} \Leftrightarrow \frac{5}{3}\text{h} = \frac{80\text{km} + 180\text{km}}{2v_1} \Leftrightarrow$

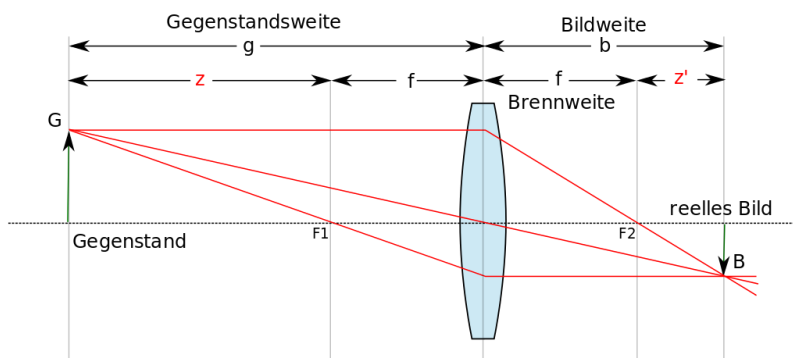
$v_1 = \frac{260\text{km} \cdot 3}{2 \cdot 5\text{h}} = 78 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $v_2 = 156 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ Der rasende Herr Huber fährt also durchschnittlich auf der Autobahn mit 156 km/h und auf der Landstraße mit 78 km/h.

3. a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \frac{g-f}{f \cdot g} \Leftrightarrow b = \frac{g \cdot f}{g-f}$

b) $b = \frac{g \cdot f}{g-f} = \frac{120\text{cm} \cdot 30\text{cm}}{120\text{cm} - 30\text{cm}} = \frac{120\text{cm} \cdot 30\text{cm}}{90\text{cm}} = 40\text{cm}$; d.h. der Schirm steht 40cm hinter der Linse.

c) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ und $f = 30\text{cm}$ und $\frac{1}{2} = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$, also $g=2b$

$\frac{1}{30\text{cm}} = \frac{1}{2b} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{30\text{cm}} = \frac{1+2}{2b} \Leftrightarrow 2b = 3 \cdot 30\text{cm} \Leftrightarrow b=45\text{cm}$ und $g=90\text{cm}$



4. V_w soll das Volumen des Wasser sein, das abzupumpen ist.

Die „Pumpenleistung“ P_1 von Pumpe 1 beträgt damit $P_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_w}{4h}$.

Entsprechend ist die „Pumpenleistung“ P_2 von Pumpe 2 beträgt damit $P_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_w}{6h}$.

In der Zeit t fördert die Pumpe P 1 damit $V_1 = P_1 \cdot t = \frac{V_w}{4h} \cdot t$

$$\text{a) } V_w = V_1 + V_2 = \frac{V_w}{4h} \cdot t + \frac{V_w}{6h} \cdot t = \frac{3 \cdot V_w + 2 \cdot V_w}{12h} \cdot t \Leftrightarrow 12h = 5 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{12}{5}h = 2h 24 \text{ min}$$

Die beiden Pumpen benötigen zusammen nur 2 Stunden 24 Minuten.

b) Pumpenleistung von Pumpe 3: $P_3 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_w}{t_3}$

$$V_w = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{V_w}{4h} \cdot 1h20 \text{ min} + \frac{V_w}{6h} \cdot 1h20 \text{ min} + \frac{V_w}{t_3} \cdot 1h20 \text{ min} \Leftrightarrow$$

$$V_w = V_w \cdot 80 \text{ min} \cdot \left(\frac{1}{4h} + \frac{1}{6h} + \frac{1}{t_3} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{80 \text{ min}} = \frac{3 \cdot t_3 + 2 \cdot t_3 + 12h}{12h \cdot t_3} \Leftrightarrow$$

$$\frac{12 \cdot 60 \text{ min} \cdot t_3}{80 \text{ min}} = 5t_3 + 12h \Leftrightarrow 9t_3 = 5t_3 + 12h \Leftrightarrow 4t_3 = 12h \Leftrightarrow t_3 = 3h$$

Die dritte Pumpe kann das Bad in 3 Stunden leer pumpen.

c) Nach einer Stunde hat die Pumpe 1 bereits $\frac{1}{4}$ von V_w abgepumpt. Daher folgt

$$\frac{3}{4}V_w = V_1 + V_2 = \frac{V_w}{4h} \cdot t + \frac{V_w}{6h} \cdot t = \frac{3 \cdot V_w + 2 \cdot V_w}{12h} \cdot t \Leftrightarrow 9h = 5 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{9}{5}h = 1h 48 \text{ min}.$$

Die beiden Pumpen benötigen also zusammen noch 1 Stunde und 48 Minuten.

Insgesamt dauert das Auspumpen damit 2 Stunden und 48 Minuten.