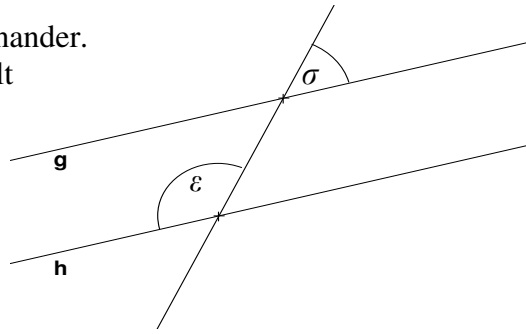


## Mathematik \* Jahrgangsstufe 7 \* Winkelberechnungen

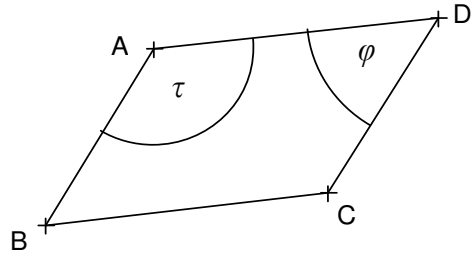
1. Die beiden Geraden  $g$  und  $h$  sind parallel zueinander.  
Berechne jeweils die Winkel  $\varepsilon$  und  $\sigma$ , wenn gilt

- $\varepsilon$  ist dreimal so groß wie  $\sigma$ ,
- $\varepsilon$  ist um  $24^\circ$  größer als das Doppelte von  $\sigma$ ,
- $\sigma$  ist um  $42^\circ$  kleiner als die Hälfte von  $\varepsilon$ .



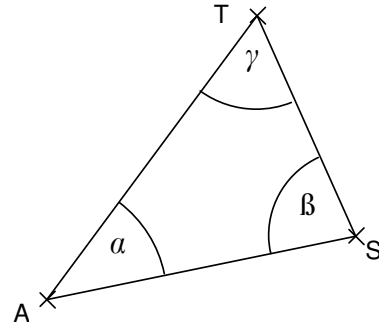
2. Berechne die Winkel  $\tau$  und  $\varphi$  im Parallelogramm ABCD, wenn gilt

- $\tau$  ist doppelt so groß wie  $\varphi$ ,
- $\tau$  ist 1,5 mal so groß wie ein rechter Winkel,
- $\varphi$  ist um  $6^\circ$  größer als ein Drittel des Winkels  $\tau$ .



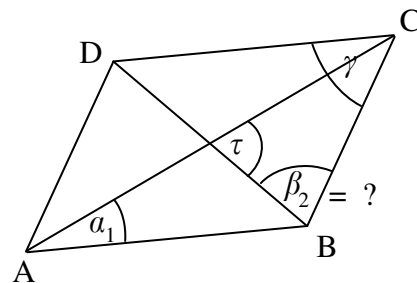
3. Berechne die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  im Dreieck AST, wenn gilt:

- $\beta$  ist um  $24^\circ$  größer als  $\alpha$  und um  $12^\circ$  größer als  $\gamma$ ,
- $\beta$  ist doppelt so groß wie  $\alpha$  und um  $15^\circ$  größer als  $\gamma$ ,



4. Im Parallelogramm ABCD sind die Winkel  $\alpha_1 = 28^\circ$ ,  $\gamma = 70^\circ$  und  $\tau = 72^\circ$  bekannt.

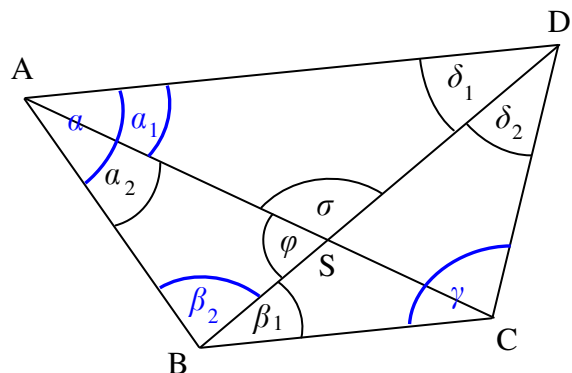
Berechne  $\beta_2$ !



5. Im Trapez mit den parallelen Seiten [AD] und [BC] haben die Winkel  $\alpha = \sphericalangle BAD$  und  $\gamma = \sphericalangle DCB$  und  $\alpha_1 = \sphericalangle SAD$  und  $\beta_2 = \sphericalangle DBA$  die folgenden Größen:  
 $\alpha = 48^\circ$ ,  $\gamma = 110^\circ$ ,  $\alpha_1 = 26^\circ$  und  $\beta_2 = 112^\circ$

Berechne die Größe der Winkel

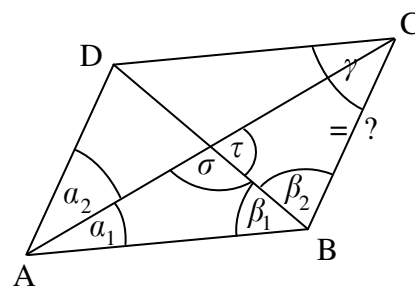
- $\beta = \sphericalangle CBA$  und  $\alpha_2$ ,
- $\varphi$  und  $\sigma$ ,
- $\delta_1$  und  $\delta_2$ .





1. Bei allen Teilaufgaben gilt: (1)  $\varepsilon + \sigma = 180^\circ$
- a) (1)  $\varepsilon + \sigma = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\varepsilon = 3 \cdot \sigma$   
Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man  
 $3 \cdot \sigma + \sigma = 180^\circ \Rightarrow 4 \cdot \sigma = 180^\circ \Rightarrow \sigma = 45^\circ$  und  $\varepsilon = 3 \cdot \sigma = 135^\circ$
- b) (1)  $\varepsilon + \sigma = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\varepsilon = 2 \cdot \sigma + 24^\circ$   
Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man  
 $2 \cdot \sigma + 24^\circ + \sigma = 180^\circ \Rightarrow 3 \cdot \sigma = 156^\circ \Rightarrow \sigma = 52^\circ$  und  $\varepsilon = 2 \cdot \sigma + 24^\circ = 128^\circ$
- c) (1)  $\varepsilon + \sigma = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\sigma = 0,5 \cdot \varepsilon - 42^\circ$   
Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man  
 $\varepsilon + 0,5 \cdot \varepsilon - 42^\circ = 180^\circ \Rightarrow 1,5 \cdot \varepsilon = 222^\circ \Rightarrow \varepsilon = 148^\circ$  und  
 $\sigma = 0,5 \cdot \varepsilon - 42^\circ = 32^\circ$
2. Bei allen Teilaufgaben gilt: (1)  $\tau + \varphi = 180^\circ$
- a) (1)  $\tau + \varphi = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\tau = 2 \cdot \varphi$   
Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man  
 $2 \cdot \varphi + \varphi = 180^\circ \Rightarrow 3 \cdot \varphi = 180^\circ \Rightarrow \varphi = 60^\circ$  und  $\tau = 2 \cdot \varphi = 120^\circ$
- b) (1)  $\tau + \varphi = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\tau = 1,5 \cdot 90^\circ$  also  $\tau = 135^\circ$   
und damit  $\varphi = 180^\circ - \tau = 45^\circ$
- c) (1)  $\tau + \varphi = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\varphi = 6^\circ + \tau : 3 = 6^\circ + 1/3 \tau$   
Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man  
 $\tau + 6^\circ + 1/3 \tau = 180^\circ \Rightarrow 4/3 \tau = 174^\circ \Rightarrow \tau = 130,5^\circ$
3. Bei allen Teilaufgaben gilt: (1)  $a + \beta + \gamma = 180^\circ$
- a) (1)  $a + \beta + \gamma = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\beta = 24^\circ + a$  und (3)  $\beta = 12^\circ + \gamma$   
 $\Rightarrow$  (2)  $a = \beta - 24^\circ$  und (3)  $\gamma = \beta - 12^\circ$   
Setzt man (2) und (3) in (1) ein, so erhält man  
 $\beta - 24^\circ + \beta + \beta - 12^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3 \beta = 216^\circ \Rightarrow \beta = 72^\circ$  und  $a = 48^\circ$  und  $\gamma = 60^\circ$
- b) (1)  $a + \beta + \gamma = 180^\circ$  zusätzlich gilt (2)  $\beta = 2 \cdot a$  und (3)  $\beta = 15^\circ + \gamma$   
 $\Rightarrow$  (2)  $a = 0,5 \cdot \beta$  und (3)  $\gamma = \beta - 15^\circ$   
Setzt man (2) und (3) in (1) ein, so erhält man  
 $0,5 \cdot \beta + \beta + \beta - 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2,5 \cdot \beta = 195^\circ \Rightarrow \beta = 78^\circ$  und  $a = 39^\circ$  und  $\gamma = 63^\circ$

4.  $\alpha_1 + \alpha_2 = \gamma \Rightarrow \alpha_2 = \gamma - \alpha_1 = 70^\circ - 28^\circ = 42^\circ$   
 $\sigma + \tau = 180^\circ \Rightarrow \sigma = 180^\circ - \tau = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$   
 $\alpha_1 + \beta_1 + \sigma = 180^\circ \Rightarrow \beta_1 = 180^\circ - \alpha_1 - \sigma = 44^\circ$   
 $\beta_1 + \beta_2 + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \beta_2 = 180^\circ - \gamma - \beta_1 \Rightarrow$   
 $\beta_2 = 180^\circ - 70^\circ - 44^\circ = 66^\circ$



5. a)  $\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$   
 $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha \Rightarrow \alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 48^\circ - 26^\circ = 22^\circ$
- b)  $\alpha_2 + \beta_2 + \varphi = 180^\circ \Rightarrow \varphi = 180^\circ - \alpha_2 - \beta_2 = 180^\circ - 22^\circ - 112^\circ = 46^\circ$   
 $\sigma + \varphi = 180^\circ \Rightarrow \sigma = 180^\circ - \varphi = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$
- c)  $\alpha_1 + \delta_1 + \sigma = 180^\circ \Rightarrow \delta_1 = 180^\circ - \alpha_1 - \sigma = 180^\circ - 26^\circ - 134^\circ = 20^\circ$   
 $\beta_1 + \beta_2 = \beta \Rightarrow \beta_1 = \beta - \beta_2 = 132^\circ - 112^\circ = 20^\circ$   
 $\beta_1 + \gamma + \delta_2 = 180^\circ \Rightarrow \delta_2 = 180^\circ - \beta_1 - \gamma = 180^\circ - 20^\circ - 110^\circ = 50^\circ$