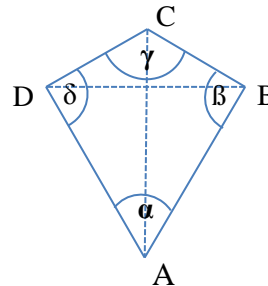


# Mathematik \* Jahrgangsstufe 7 \* Winkelberechnungen an Vielecken

Beachte: Alle Bilder sind nicht maßstabsgetreu!

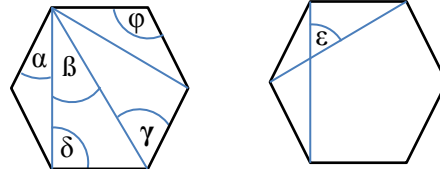
1. Berechne die Größe aller Innenwinkel in einem Drachenviereck ABCD (siehe Bild), falls gilt

- a)  $\gamma = \beta$  und  $\gamma = 2 \cdot \alpha$
- b)  $\gamma = 2 \cdot \beta$  und  $\gamma = \alpha + 20^\circ$
- c)  $\gamma = 2 \cdot \alpha$  und  $\gamma = \beta + 30^\circ$
- d)  $\gamma = \alpha + \beta$  und  $\alpha = \beta + 20^\circ$
- e)  $\gamma + \alpha = \beta$
- f)  $\gamma - \alpha = \beta$  und  $\beta = 2 \cdot \alpha$
- g)  $\alpha = 2 \cdot \beta$  und  $\gamma = 5 \cdot \delta$



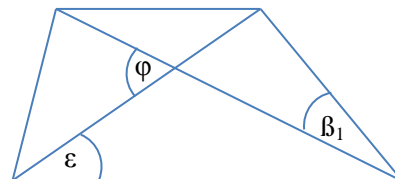
2. Ein reguläres Sechseck hat sechs gleich lange Seiten und sechs gleich große Innenwinkel.

- a) Wie groß ist ein Innenwinkel  $\varphi$  ?
- b) Berechne die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$ .
- c) Unter welchen Winkeln  $\varepsilon$  schneiden sich die beiden Diagonalen?



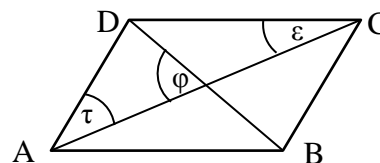
3. Im abgebildeten Trapez gilt  $\varphi = 62^\circ$ ,  $\beta_1 = 26^\circ$  und  $\varepsilon = 36^\circ$ .

Berechne – soweit möglich – die vier Innenwinkel im Trapez.



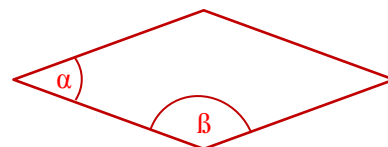
4. Im abgebildetem Parallelogramm ABCD gilt  $\varphi = 64^\circ$ ,  $\tau = \varepsilon + 14^\circ$  und  $\varepsilon = 22^\circ$ .

Berechne die vier Innenwinkel im Parallelogramm.



5. In der abgebildete Raute ABCD gilt  $\beta = 3 \cdot \alpha$ .

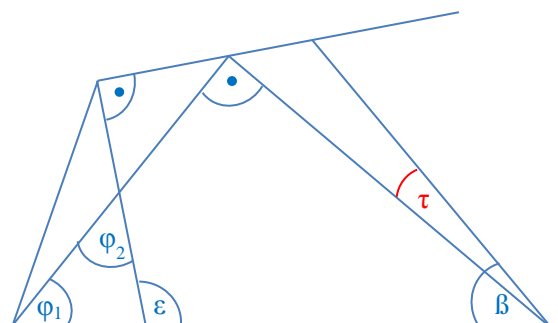
Berechne die vier Innenwinkel in dieser Raute.



6. In der abgebildeten Figur gilt

$$\varepsilon = 102^\circ, \varphi_1 = \varphi_2 \text{ und } \beta = 51^\circ.$$

Berechne die Größe des Winkels  $\tau$ .



## Mathematik \* Jahrgangsstufe 7 \* Winkelberechnungen an Vielecken \* Lösungen

1. a)  $\gamma = \beta$  und  $\gamma = 2 \cdot \alpha$  und  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha \Rightarrow 360^\circ = 7\alpha \Rightarrow$   
 $\alpha = 51\frac{3}{7}^\circ$  und  $\beta = \gamma = \delta = 102\frac{6}{7}^\circ$
- b)  $\gamma = 2 \cdot \beta$ ,  $\gamma = \alpha + 20^\circ$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + 2\beta + \beta = 2\beta - 20^\circ + 4\beta = 6\beta - 20^\circ \Rightarrow$   
 $\beta = \frac{380^\circ}{6} = 63\frac{1}{3}^\circ = \delta$ ,  $\gamma = 126\frac{2}{3}^\circ$  und  $\alpha = 106\frac{2}{3}^\circ$
- c)  $\gamma = 2 \cdot \alpha$ ,  $\gamma = \beta + 30^\circ$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + (2\alpha - 30^\circ) + 2\alpha + (2\alpha - 30^\circ) = 7\alpha - 60^\circ \Rightarrow$   
 $420^\circ = 7\alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ ,  $\beta = \delta = 90^\circ$
- d)  $\gamma = \alpha + \beta$ ,  $\alpha = \beta + 20^\circ$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = (\beta + 20^\circ) + \beta + (\beta + 20^\circ + \beta) + \beta = 5\beta + 40^\circ \Rightarrow$   
 $\beta = \frac{320^\circ}{5} = 64^\circ = \delta$ ,  $\alpha = 84^\circ$ ,  $\gamma = 148^\circ$
- e)  $\gamma + \alpha = \beta$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \gamma + \alpha + \beta + \delta = \beta + \beta + \beta = 3\beta \Rightarrow \beta = 120^\circ = \delta$  und  $\gamma + \alpha = 120^\circ$   
 Über die Größe von  $\gamma$  und  $\alpha$  kann man keine Aussage treffen.
- f)  $\gamma - \alpha = \beta$ ,  $\beta = 2 \cdot \alpha$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha + 2\alpha + (\alpha + 2\alpha) + 2\alpha = 8\alpha \Rightarrow$   
 $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ = \delta$  und  $\gamma = \alpha + \beta = 135^\circ$
- g)  $\alpha = 2 \cdot \beta$ ,  $\gamma = 5 \cdot \delta$ ,  $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = 2\beta + \beta + 5\beta + \beta = 9\beta \Rightarrow \beta = 40^\circ = \delta$ ,  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\gamma = 200^\circ$

2. a) 6-Eck: Winkelsumme =  $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ \Rightarrow \varphi = 720^\circ : 6 = 120^\circ$

b)  $180^\circ = \alpha + \alpha + \varphi \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$   
 $\delta + \alpha = \varphi \Rightarrow \delta = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ ;  $\gamma + \gamma = \varphi \Rightarrow \gamma = 120^\circ : 2 = 60^\circ$   
 $180^\circ = \beta + \delta + \gamma \Rightarrow 180^\circ = \beta + 90^\circ + 60^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ$

c)  $180^\circ = \varepsilon + \alpha + \delta \Rightarrow 180^\circ = \varepsilon + 30^\circ + 90^\circ \Rightarrow \varepsilon = 60^\circ$



3. Im abgebildeten Trapez gilt  $\varphi = 62^\circ$ ,  $\beta_1 = 26^\circ$  und  $\varepsilon = 36^\circ$ .

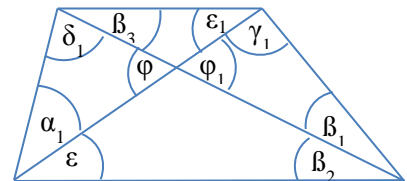
$\varphi = \varepsilon + \beta_2$  (Aussenwinkel)  $\Rightarrow \beta_2 = \varphi - \varepsilon = 62^\circ - 36^\circ = 26^\circ$

und  $\beta = \beta_1 + \beta_2 = 26^\circ + 26^\circ = 52^\circ$

$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma_1 \Rightarrow \gamma_1 = 180^\circ - 36^\circ - 52^\circ = 92^\circ$

$\varepsilon_1 = \varepsilon$  (Wechselwinkel) und  $\gamma = \varepsilon_1 + \gamma_1 = 36^\circ + 92^\circ = 128^\circ$

$\beta_3 = \beta_2$  und  $\varphi = \varphi_1$  und  $\alpha_1 + \delta_1 = 180^\circ - \varphi = 118^\circ$  und  $\alpha = \alpha_1 + \varepsilon$  und  $\delta = \delta_1 + \beta_3$ , aber über  $\alpha_1$  und  $\delta_1$  alleine findest du keine Berechnungsmöglichkeit.

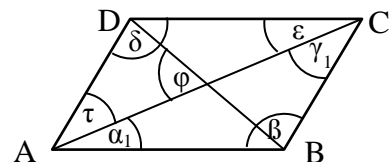


4.  $\varphi = 64^\circ$ ,  $\tau = \varepsilon + 14^\circ$  und  $\varepsilon = 22^\circ$

$180^\circ = \tau + \varepsilon + \delta \Rightarrow \delta = 180^\circ - (\varepsilon + \varepsilon + 14^\circ) = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

$\beta = \delta = 122^\circ$  und  $\alpha_1 = \varepsilon = 22^\circ$  und  $\gamma_1 = \tau = 36^\circ$

also  $\alpha = \tau + \alpha_1 = \tau + \varepsilon = 22^\circ + 36^\circ = 58^\circ$  und  $\gamma = \alpha = 58^\circ$



5.  $360^\circ = 2\alpha + 2\beta \Rightarrow 360^\circ = 2\alpha + 2 \cdot 3\alpha = 8\alpha \Rightarrow \alpha = 360^\circ : 8 = 45^\circ$  und  $\beta = 135^\circ$

6.  $360^\circ = \varepsilon + 90^\circ + \delta + \beta \Rightarrow \delta = 360^\circ - 102^\circ - 90^\circ - 51^\circ = 117^\circ$

$\varepsilon = \varphi_1 + \varphi_2 = 2 \cdot \varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 = 102^\circ : 2 = 51^\circ$

$\varphi_3 = \varphi_2 = 51^\circ$

$180^\circ = \varphi_3 + 90^\circ + \sigma_1 \Rightarrow \sigma_1 = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$

$180^\circ = \sigma_2 + 90^\circ + \sigma_1 \Rightarrow \sigma_2 = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$

$180^\circ = \sigma_2 + \delta + \tau \Rightarrow \tau = 180^\circ - 51^\circ - 117^\circ = 12^\circ$

