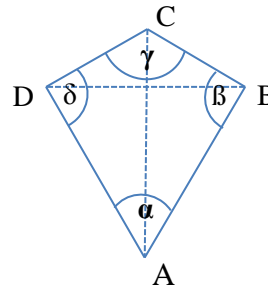


Mathematik * Jahrgangsstufe 7 * Winkelberechnungen an Vielecken

Beachte: Alle Bilder sind nicht maßstabsgetreu!

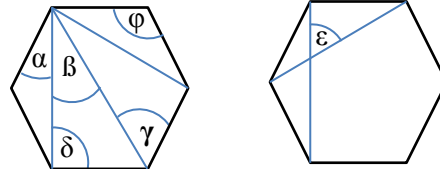
1. Berechne die Größe aller Innenwinkel in einem Drachenviereck ABCD (siehe Bild), falls gilt

- a) $\gamma = \beta$ und $\gamma = 2 \cdot \alpha$
- b) $\gamma = 2 \cdot \beta$ und $\gamma = \alpha + 20^\circ$
- c) $\gamma = 2 \cdot \alpha$ und $\gamma = \beta + 30^\circ$
- d) $\gamma = \alpha + \beta$ und $\alpha = \beta + 20^\circ$
- e) $\gamma + \alpha = \beta$
- f) $\gamma - \alpha = \beta$ und $\beta = 2 \cdot \alpha$
- g) $\alpha = 2 \cdot \beta$ und $\gamma = 5 \cdot \delta$



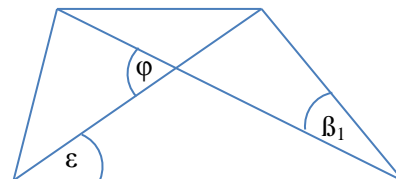
2. Ein reguläres Sechseck hat sechs gleich lange Seiten und sechs gleich große Innenwinkel.

- a) Wie groß ist ein Innenwinkel φ ?
- b) Berechne die Winkel α , β , γ und δ .
- c) Unter welchen Winkeln ε schneiden sich die beiden Diagonalen?



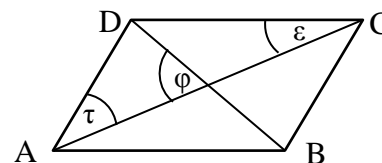
3. Im abgebildeten Trapez gilt $\varphi = 62^\circ$, $\beta_1 = 26^\circ$ und $\varepsilon = 36^\circ$.

Berechne – soweit möglich – die vier Innenwinkel im Trapez.



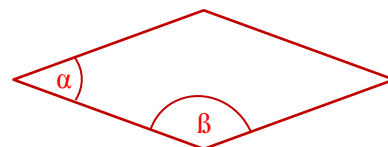
4. Im abgebildetem Parallelogramm ABCD gilt $\varphi = 64^\circ$, $\tau = \varepsilon + 14^\circ$ und $\varepsilon = 22^\circ$.

Berechne die vier Innenwinkel im Parallelogramm.



5. In der abgebildete Raute ABCD gilt $\beta = 3 \cdot \alpha$.

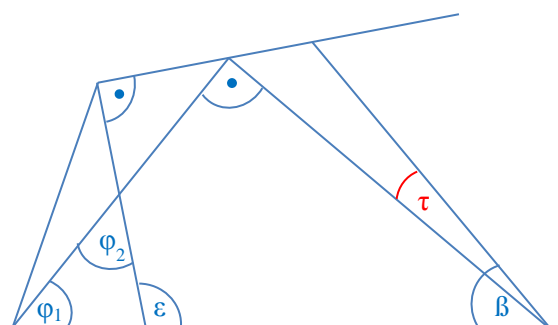
Berechne die vier Innenwinkel in dieser Raute.



6. In der abgebildeten Figur gilt

$$\varepsilon = 102^\circ, \varphi_1 = \varphi_2 \text{ und } \beta = 51^\circ.$$

Berechne die Größe des Winkels τ .



Mathematik * Jahrgangsstufe 7 * Winkelberechnungen an Vielecken * Lösungen

1. a) $\gamma = \beta$ und $\gamma = 2 \cdot \alpha$ und $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha \Rightarrow 360^\circ = 7\alpha \Rightarrow$
 $\alpha = 51\frac{3}{7}^\circ$ und $\beta = \gamma = \delta = 102\frac{6}{7}^\circ$
- b) $\gamma = 2 \cdot \beta$, $\gamma = \alpha + 20^\circ$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + 2\beta + \beta = 2\beta - 20^\circ + 4\beta = 6\beta - 20^\circ \Rightarrow$
 $\beta = \frac{380^\circ}{6} = 63\frac{1}{3}^\circ = \delta$, $\gamma = 126\frac{2}{3}^\circ$ und $\alpha = 106\frac{2}{3}^\circ$
- c) $\gamma = 2 \cdot \alpha$, $\gamma = \beta + 30^\circ$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + (2\alpha - 30^\circ) + 2\alpha + (2\alpha - 30^\circ) = 7\alpha - 60^\circ \Rightarrow$
 $420^\circ = 7\alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$, $\beta = \delta = 90^\circ$
- d) $\gamma = \alpha + \beta$, $\alpha = \beta + 20^\circ$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = (\beta + 20^\circ) + \beta + (\beta + 20^\circ + \beta) + \beta = 5\beta + 40^\circ \Rightarrow$
 $\beta = \frac{320^\circ}{5} = 64^\circ = \delta$, $\alpha = 84^\circ$, $\gamma = 148^\circ$
- e) $\gamma + \alpha = \beta$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \gamma + \alpha + \beta + \delta = \beta + \beta + \beta = 3\beta \Rightarrow \beta = 120^\circ = \delta$ und $\gamma + \alpha = 120^\circ$
 Über die Größe von γ und α kann man keine Aussage treffen.
- f) $\gamma - \alpha = \beta$, $\beta = 2 \cdot \alpha$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha + 2\alpha + (\alpha + 2\alpha) + 2\alpha = 8\alpha \Rightarrow$
 $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 90^\circ = \delta$ und $\gamma = \alpha + \beta = 135^\circ$
- g) $\alpha = 2 \cdot \beta$, $\gamma = 5 \cdot \delta$, $\beta = \delta \Rightarrow 360^\circ = 2\beta + \beta + 5\beta + \beta = 9\beta \Rightarrow \beta = 40^\circ = \delta$, $\alpha = 80^\circ$, $\gamma = 200^\circ$

2. a) 6-Eck: Winkelsumme = $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ \Rightarrow \varphi = 720^\circ : 6 = 120^\circ$

b) $180^\circ = \alpha + \alpha + \varphi \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $\delta + \alpha = \varphi \Rightarrow \delta = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$; $\gamma + \gamma = \varphi \Rightarrow \gamma = 120^\circ : 2 = 60^\circ$
 $180^\circ = \beta + \delta + \gamma \Rightarrow 180^\circ = \beta + 90^\circ + 60^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ$

c) $180^\circ = \varepsilon + \alpha + \delta \Rightarrow 180^\circ = \varepsilon + 30^\circ + 90^\circ \Rightarrow \varepsilon = 60^\circ$



3. Im abgebildeten Trapez gilt $\varphi = 62^\circ$, $\beta_1 = 26^\circ$ und $\varepsilon = 36^\circ$.

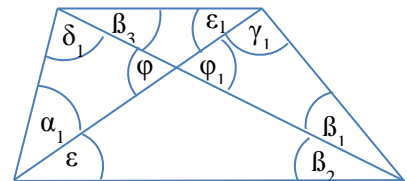
$\varphi = \varepsilon + \beta_2$ (Aussenwinkel) $\Rightarrow \beta_2 = \varphi - \varepsilon = 62^\circ - 36^\circ = 26^\circ$

und $\beta = \beta_1 + \beta_2 = 26^\circ + 26^\circ = 52^\circ$

$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma_1 \Rightarrow \gamma_1 = 180^\circ - 36^\circ - 52^\circ = 92^\circ$

$\varepsilon_1 = \varepsilon$ (Wechselwinkel) und $\gamma = \varepsilon_1 + \gamma_1 = 36^\circ + 92^\circ = 128^\circ$

$\beta_3 = \beta_2$ und $\varphi = \varphi_1$ und $\alpha_1 + \delta_1 = 180^\circ - \varphi = 118^\circ$ und $\alpha = \alpha_1 + \varepsilon$ und $\delta = \delta_1 + \beta_3$, aber über α_1 und δ_1 alleine findest du keine Berechnungsmöglichkeit.

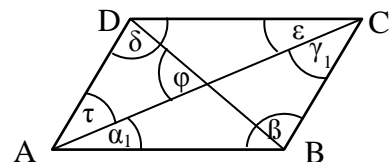


4. $\varphi = 64^\circ$, $\tau = \varepsilon + 14^\circ$ und $\varepsilon = 22^\circ$

$180^\circ = \tau + \varepsilon + \delta \Rightarrow \delta = 180^\circ - (\varepsilon + \varepsilon + 14^\circ) = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

$\beta = \delta = 122^\circ$ und $\alpha_1 = \varepsilon = 22^\circ$ und $\gamma_1 = \tau = 36^\circ$

also $\alpha = \tau + \alpha_1 = \tau + \varepsilon = 22^\circ + 36^\circ = 58^\circ$ und $\gamma = \alpha = 58^\circ$



5. $360^\circ = 2\alpha + 2\beta \Rightarrow 360^\circ = 2\alpha + 2 \cdot 3\alpha = 8\alpha \Rightarrow \alpha = 360^\circ : 8 = 45^\circ$ und $\beta = 135^\circ$

6. $360^\circ = \varepsilon + 90^\circ + \delta + \beta \Rightarrow \delta = 360^\circ - 102^\circ - 90^\circ - 51^\circ = 117^\circ$

$\varepsilon = \varphi_1 + \varphi_2 = 2 \cdot \varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 = 102^\circ : 2 = 51^\circ$

$\varphi_3 = \varphi_2 = 51^\circ$

$180^\circ = \varphi_3 + 90^\circ + \sigma_1 \Rightarrow \sigma_1 = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$

$180^\circ = \sigma_2 + 90^\circ + \sigma_1 \Rightarrow \sigma_2 = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$

$180^\circ = \sigma_2 + \delta + \tau \Rightarrow \tau = 180^\circ - 51^\circ - 117^\circ = 12^\circ$

