Mathematik-Intensivierung * Jahrgangsstufe 6 * Parallelogramme und Dreiecke

1. a) Zeichne möglichst sauber und genau zwei verschiedene Parallelogramme mit $a = 4{,}0\text{cm}$ und $A = 8{,}0\text{cm}^2$.

   b) Zeichne möglichst sauber und genau ein Parallelogramm mit $a = 4{,}0\text{cm}$ und $A = 8{,}0\text{cm}^2$ und dem Umfang $u = 20{,}0\text{cm}$.

   c) Peter behauptet, er kann ein Parallelogramm zeichnen mit $a = 4{,}0\text{cm}$ und $A = 12{,}0\text{cm}^2$ und dem Umfang $u = 13{,}0\text{cm}$.
   Was hältst du von Peters Behauptung? Begründe!

2. Von einem Parallelogramm sind bekannt: $A = 7{,}2\text{cm}^2$, $a = 4{,}8\text{cm}$ und $h_b = 1{,}8\text{cm}$
   Berechne den Umfang u des Parallelogramms.

3. a) Ein Parallelogramm mit $a = 4{,}5\text{cm}$ und $b = 2{,}0\text{cm}$ soll möglichst großen Flächeninhalt haben. Wie muss dieses Parallelogramm aussehen und wie groß ist dieser maximale Flächeninhalt?

   b) Ein Parallelogramm mit $a = 3{,}5\text{cm}$ und $A = 14\text{cm}^2$ soll möglichst kleinen Umfang haben. Wie muss dieses Parallelogramm aussehen und wie groß ist dann der Umfang?

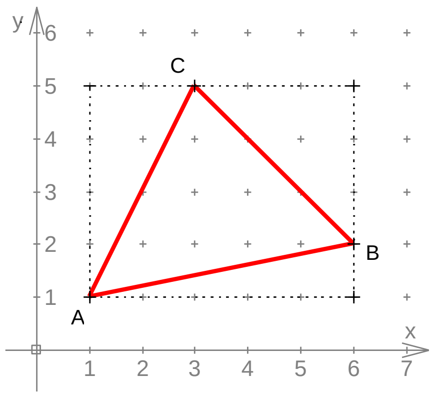
4. Das Bild zeigt das (verkleinert dargestellte) Dreieck ABC.

   a) Gib die Koordinaten der drei Punkte an und übertrage das Dreieck in dein Heft.

   b) Bestimme durch genaues Messen mit dem Geodreieck den Umfang des Dreiecks ABC.

   c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks nach geeigneten Messungen möglichst genau.

   d) Paul behauptet, er kann den Flächeninhalt des Dreiecks ganz genau ermitteln.
   Der Flächeninhalt beträgt nach Pauls Aussage exakt $9{,}00\text{cm}^2$. Kannst du Pauls Behauptung bestätigen?



5. Gegeben sind die Punkte A(-1/-2), B(3/0) und C(5/3).

   a) Trage die Punkte A, B und C in ein Koordinatensystem ein und ergänze sie zu einem Parallelogramm ABCD. Wie lauten die Koordinaten von D?

   b) Bestimme durch eine Messung mit dem Geodreieck möglichst genau den Umfang des Parallelogramms.

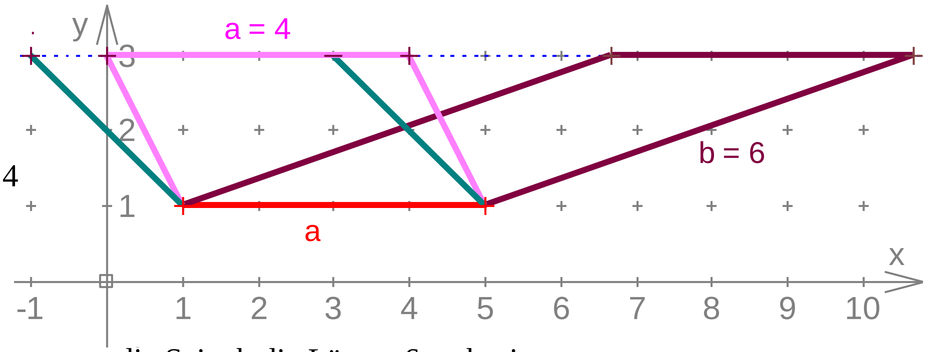
   c) Bestimme mit geeigneten Messungen den Flächeninhalt des Parallelogramms möglichst genau.

   d) Paul behauptet, er kann den Flächeninhalt des Parallelogramms ohne Messung exakt berechnen. Seine Rechnung lautet:

$$A = 5\text{cm} \cdot 6\text{cm} - (2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\text{cm} \cdot 2\text{cm} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5\text{cm} \cdot 2\text{cm}) = 30\text{cm}^2 - 22\text{cm}^2 = 8\,\text{cm}^2$$

   Kannst du Pauls Rechnung verstehen?

1. a)
Zeichne zur Strecke a eine Parallele im Abstand 2.
Jede Strecke der Länge 4 auf dieser Parallelen liefert ein passendes Parallelogramm.



b) Für den Umfang 20cm muss die Seite b die Länge 6cm besitzen.

c) Bei einem Flächeninhalt von $12cm^2$ muss die Höhe h_a die Länge $h_a = 3cm$ besitzen.
Den kleinsten Umfang liefert dazu dann ein Rechteck mit $b = h_a = 3cm$ und dieser kleinste Umfang hat dann den Wert 14cm.
Es gibt also kein Parallelogramm mit dem Umfang 13cm. Peters Behauptung ist falsch.

2. Parallelogramm mit $A = 7{,}2cm^2$, $a = 4{,}8cm$ und $h_b = 1{,}8cm$.

$$A = 7{,}2cm^2 = b \cdot h_b = b \cdot 1{,}8cm \;\Rightarrow\; b = 7{,}2cm^2 : 1{,}8cm = 4{,}0cm$$

$$u = 2\cdot(a+b) = 2\cdot(4{,}8cm + 4{,}0cm) = 17{,}6\,cm$$

3. a) Der größte Flächeninhalt ergibt sich für ein Rechteck.

$$A_{max} = 4{,}5\,cm \cdot 2{,}0\,cm = 9{,}0\,cm^2$$

b) Der kleinste Umfang ergibt sich für ein Rechteck.

Damit gilt $A = a \cdot b$ also $14\,cm^2 = 3{,}5\,cm \cdot b \;\Rightarrow\; b = 14\,cm^2 : 3{,}5\,cm = 4{,}0\,cm$

Der kleinste Umfang beträgt also $u = 2\cdot(a+b) = 2\cdot(4{,}5cm + 4{,}0cm) = 17\,cm$

4. a) A(1/1), B(6/2), C(3/5)

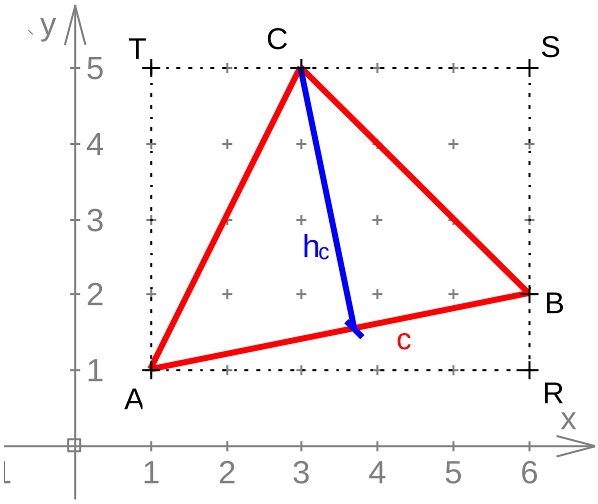
b) $\overline{AB} = c \approx 5{,}1cm$ und $\overline{BC} = a \approx 4{,}2\,cm$
und $\overline{CA} = b \approx 4{,}5\,cm \;\Rightarrow\; u \approx 13{,}8\,cm$

c) $\overline{AB} = c \approx 5{,}1cm$ und $h_c \approx 3{,}5\,cm \;\Rightarrow$

$$A = \frac{1}{2}\cdot c \cdot h_c \approx \frac{1}{2}\cdot 5{,}1cm \cdot 3{,}5cm = 8{,}925\,cm^2$$

d) Paul zieht vom Flächeninhalt des Rechtecks ARST die drei Dreiecksflächen von ΔARB, ΔBSC und ΔCTA ab.

$$A = 20cm^2 - (2{,}5cm^2 + 4{,}5cm^2 + 4cm^2) =$$
$$20cm^2 - 11cm^2 = 9\,cm^2$$



5. a) D(1/1)

b) $a = \overline{AB} \approx 4{,}5cm$; $b = \overline{BC} \approx 3{,}6c$
also $u \approx 2 \cdot 8{,}1cm = 16{,}2cm$

c) $a \approx 4{,}5cm$ und $h_a \approx 1{,}8cm$
also $A \approx 4{,}5c \cdot 1{,}8cm = 8{,}1cm^2$

d) Paul zieht von der Rechtecksfläche die vier Dreiecksflächen ab und erhält so den exakten Wert $A = 8cm^2$.