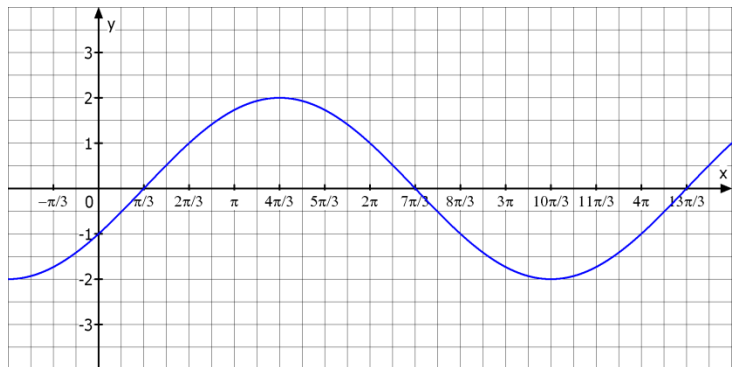
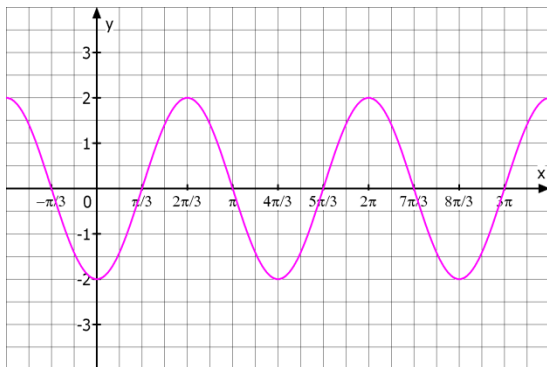


Mathematik * Q11 * Sinus- und Kosinus-Funktionsgraphen (Wiederholung)

1. Bestätigen Sie durch geeignete Rechnung, dass die Graphen zu den Funktionstermen passen!

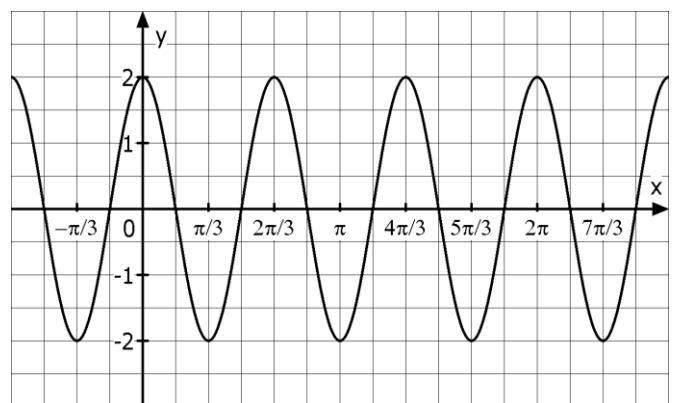
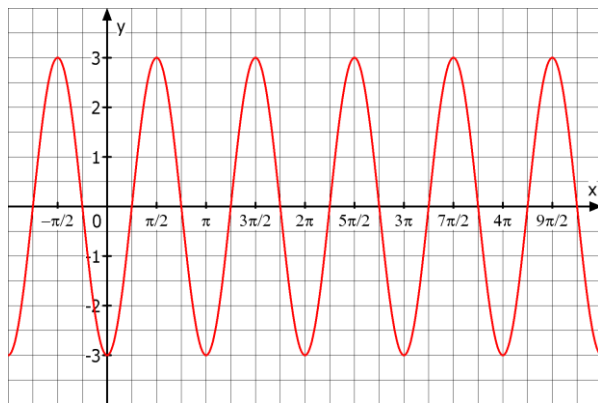
$$f(x) = 2 \cdot \cos(1,5x - 3\pi)$$

$$g(x) = -2 \cdot \cos(0,5x + \frac{1}{3}\pi)$$

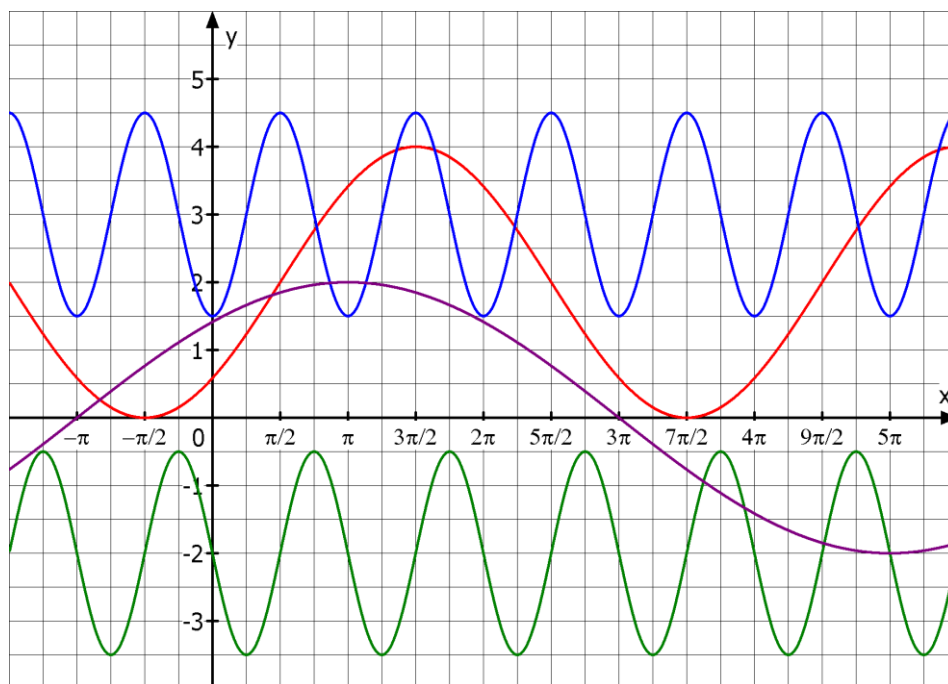


$$h(x) = 3 \cdot \cos(2x + 3\pi)$$

$$k(x) = 2 \cdot \cos(3x - 4\pi)$$



2. Können Sie jeden dieser Funktionsgraphen mit einem Sinus- bzw. Kosinusterm beschreiben?



Mathematik * Q11 * Sinus- und Kosinus-Funktionsgraphen * Lösungen

Hinweis: $\cos(x) = 0 \Leftrightarrow x = (2k-1) \cdot \frac{\pi}{2}$ mit $k \in \mathbb{Z}$ und $\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Berechne zunächst alle Nullstellen und ermittle dann den Funktionswert genau zwischen zwei benachbarten Nullstellen. Der Graph der Funktion ist damit eindeutig festgelegt.

$$1. f(x) = 2 \cdot \cos(1,5x - 3\pi) = 0 \Leftrightarrow 1,5x - 3\pi = (2k-1) \cdot \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 1,5x = k \cdot \pi + \frac{5}{2}\pi \Leftrightarrow$$

$$x_k = k \cdot \frac{2\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi \Leftrightarrow x_{-2} = \frac{1}{3}\pi ; x_{-1} = \pi ; x_0 = \frac{5}{3}\pi ; \dots$$

$$x^* = \frac{1}{2} \cdot (x_{-2} + x_{-1}) = \frac{2}{3}\pi \quad \text{und} \quad f(x^*) = 2 \cos(1,5 \cdot \frac{2}{3}\pi - 3\pi) = 2 \cos(-2\pi) = 2 \cos(0) = 2$$

$$g(x) = -2 \cdot \cos(0,5x + \frac{1}{3}\pi) = 0 \Leftrightarrow 0,5x + \frac{1}{3}\pi = (2k-1) \cdot \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0,5x = k \cdot \pi - \frac{5}{6}\pi \Leftrightarrow$$

$$x_k = 2\pi \cdot k - \frac{5}{3}\pi \Leftrightarrow x_0 = -\frac{5}{3}\pi ; x_1 = \frac{1}{3}\pi ; x_2 = \frac{7}{3}\pi ; \dots$$

$$x^* = \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2) = \frac{4}{3}\pi \quad \text{und} \quad g(x^*) = -2 \cos(0,5 \cdot \frac{4}{3}\pi + \frac{1}{3}\pi) = -2 \cos(\pi) = -2 \cdot (-1) = 2$$

$$h(x) = 3 \cdot \cos(2x + 3\pi) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3\pi = (2k-1) \cdot \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2x = k \cdot \pi - \frac{7}{2}\pi \Leftrightarrow$$

$$x_k = \frac{\pi}{2} \cdot k - \frac{7}{4}\pi \Leftrightarrow x_0 = -\frac{7}{4}\pi ; x_1 = -\frac{5}{2}\pi ; x_2 = -\frac{3}{2}\pi ; x_3 = -\frac{1}{2}\pi ; x_4 = \frac{1}{2}\pi ; \dots$$

$$x^* = \frac{1}{2} \cdot (x_3 + x_4) = 0 \quad \text{und} \quad h(x^*) = 3 \cos(0 + 3\pi) = 3 \cos(3\pi) = 3 \cdot (-1) = -3$$

$$k(x) = 2 \cdot \cos(3x - 4\pi) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4\pi = (2k-1) \cdot \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 3x = k \cdot \pi + \frac{7}{2}\pi \Leftrightarrow$$

$$x_k = \frac{\pi}{3} \cdot k + \frac{7}{6}\pi \Leftrightarrow x_{-3} = \frac{1}{6}\pi ; x_{-2} = \frac{1}{2}\pi ; x_{-1} = \frac{5}{6}\pi ; x_0 = \frac{7}{6}\pi ; \dots$$

$$x^* = \frac{1}{2} \cdot (x_{-1} + x_0) = \pi \quad \text{und} \quad k(x^*) = 2 \cos(3\pi + 3\pi) = 2 \cos(6\pi) = 2 \cdot (-1) = -2$$

2. Blauer Graph $y = -1,5 \cdot \cos(2x) + 3$ oder $y = 1,5 \cdot \cos(2x + \pi) + 3$ oder ...

roter Graph $y = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}) + 2$ oder $y = 2 \cdot \cos(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\pi) + 2$ oder ...

grüner Graph $y = -1,5 \cdot \sin(2x) - 2$ oder $y = 1,5 \cdot \sin(2x + \pi) - 2$ oder ...

violetter Graph $y = 2 \cdot \sin(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\pi)$ oder $y = 2 \cdot \cos(\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\pi)$ oder ...

