

Q11 * Mathematik * Aufgaben zum Ereignisraum

1. A, B, C seien drei beliebige Ereignisse. Beschreiben Sie durch Terme der Ereignisalgebra

- | | | |
|--------------------------|---------------------|-------------------|
| a) A und B, aber nicht C | b) alle drei | c) keines |
| d) höchstens eines | e) mindestens eines | f) höchstens zwei |
| g) mindestens zwei | h) genau eines | i) genau zwei |

2. Für eine Lieferung von 4 Motoren definiert man folgende Ereignisse:

A = "Mindestens ein Motor ist defekt."

B = "Höchstens ein Motor ist defekt."

Interpretieren Sie folgende Ereignisse:

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------|
| a) \bar{A} | b) \bar{B} | c) $A \cap B$ | d) $A \cup B$ |
| e) $A \setminus B$ | f) $B \setminus A$ | g) $A \cup \bar{B}$ | h) $\bar{A} \cup B$ |
| i) $\bar{A} \cap \bar{B}$ | j) $\bar{A} \cup \bar{B}$ | | |



3. Aus einer Lieferung werden 4 Stück zur Prüfung entnommen. Sie werden auf brauchbar bzw. unbrauchbar hin untersucht.

- a) Legen Sie einen geeigneten Ergebnisraum fest und bestimmen Sie seine Mächtigkeit.
- b) Beschreiben Sie folgende Ereignisse durch Ergebnismengen:
 A = "Das dritte Stück ist unbrauchbar."
 B = "Genau das dritte Stück ist unbrauchbar."
 C = "Mindestens zwei Stücke sind unbrauchbar."
 D = "Genau drei Stücke sind brauchbar."
 E = "Kein Stück ist brauchbar."

4. Untersuchen Sie, ob folgende Ereignisse unvereinbar sind:

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) A und $\overline{A \cup B}$ | b) A und $\overline{A \cap B}$ |
| c) A und $\overline{A \cap B}$ | d) $\overline{A \cup B}$ und $\overline{A \cap B}$ |

5. a) Zeigen Sie: Die Ereignisse A, $\overline{A \cup B}$ und $\overline{A \cap B}$ bilden eine Zerlegung von Ω , d.h. $A \cup (\overline{A \cup B}) \cup (\overline{A \cap B}) = \Omega$ und A, $\overline{A \cup B}$ und $\overline{A \cap B}$ sind paarweise unvereinbar.

Fertigen Sie dazu eine Skizze an.

- b) Die Fußballmannschaften I und II spielen gegeneinander. A bedeute "I siegt" und B bedeute "II siegt". Interpretieren Sie die Ereignisse aus 5a.

6. An einem Wettbewerb nehmen n Sportler teil. A_i sei das Ereignis „Der Sportler mit der Startnummer i erreicht genau den i-ten Platz.“ Interpretieren Sie die folgenden Ereignisse:

- | | |
|--|--|
| a) $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$ | b) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n$ |
| c) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \dots \cap \overline{A_n}$ | d) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \dots \cup \overline{A_n}$ |



Q11 * Mathematik * Aufgaben zum Ereignisraum * Lösungen

1. a) $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ b) $A \cap B \cap C$ c) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
 d) $(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
 e) $\Omega \setminus (\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$ f) $\Omega \setminus (A \cap B \cap C)$
 g) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$
 d) $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
 i) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$

2. Lieferung von 4 Motoren

A = "Mindestens ein Motor ist defekt." B = "Höchstens ein Motor ist defekt."

- a) \bar{A} Kein Motor ist defekt.
 b) \bar{B} Mindestens zwei Motoren sind defekt.
 c) $A \cap B$ Genau ein Motor ist defekt.
 d) $A \cup B$ sicheres Ereignis
 e) $A \setminus B$ Mindestens zwei Motoren sind defekt.
 f) $B \setminus A$ Kein Motor ist defekt.
 g) $A \cup \bar{B}$ Mindestens zwei Motoren sind defekt.
 h) $\bar{A} \cup B$ Höchstens ein Motor ist defekt.
 i) $\bar{A} \cap \bar{B}$ unmögliches Ereignis
 j) $\bar{A} \cup \bar{B}$ Es ist nicht genau ein Motor defekt.



3. Aus einer Lieferung werden 4 Stück zur Prüfung entnommen. Sie werden auf brauchbar bzw. unbrauchbar hin untersucht.

- a) $\Omega = \{ (1/1/1/1), (0/1/1/1), (1/0/1/1), (1/1/0/1), (1/1/1/0), (0/0/1/1), (0/1/0/1), \dots, (0/0/0/1), (0/0/1/0), (0/1/0/0), (1/0/0/0), (0/0/0/0) \}$

(1/0/1/1) bedeutet z.B. genau das zweite Stück ist unbrauchbar. $|\Omega| = 2^4 = 16$

- b) "Das dritte Stück ist unbrauchbar." = $A = \{ (i_1/i_2/0/i_4) / i_1, i_2, i_4 \in \{0, 1\} \} = \{ (1/1/0/1), (0/1/0/1), (1/0/0/1), (1/1/0/0), (1/0/0/0), (0/1/0/0), (0/0/0/1), (0/0/0/0) \}$

"Genau das dritte Stück ist unbrauchbar." = $B = \{ (1/1/0/1) \}$

"Mindestens zwei Stücke sind unbrauchbar." = $C = \{ (0/0/1/1), (0/1/0/1), (0/1/1/0), (1/0/0/1), (1/0/1/0), (1/1/0/0), (1/0/0/0), (0/1/0/0), (0/0/1/0), (0/0/0/1), (0/0/0/0) \}$

"Genau drei Stücke sind brauchbar." = $D = \{ (0/1/1/1), (1/0/1/1), (1/1/0/1), (1/1/1/0) \}$

"Kein Stück ist brauchbar." = $E = \{ (0/0/0/0) \}$

4. a) A und $\overline{A \cup B}$ sind unvereinbar, denn $A \cap \overline{A \cup B} = \{ \}$
 b) A und $\overline{A \cap B}$ sind nicht unvereinbar, denn $A \cap \overline{A \cap B} = A \cap \bar{B}$
 c) A und $\bar{A} \cap B$ sind unvereinbar, denn $A \cap \bar{A} \cap B = \{ \}$
 d) $\overline{A \cup B}$ und $\bar{A} \cap B$ sind unvereinbar, denn $\overline{A \cup B} \cap \bar{A} \cap B = \{ \}$

5. b)

A = „Fußballmannschaft I siegt“

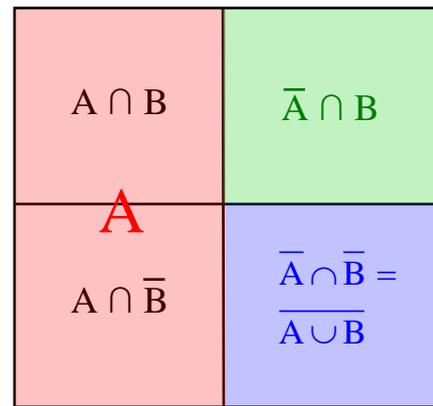
B = „Fußballmannschaft II siegt“

A = „Fußballmannschaft I siegt“

$\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$ = "unentschieden"

$\overline{A \cap B}$ = "Fußballmannschaft II siegt"

a)



6. A_i = „Der Sportler mit der Startnummer i erreicht genau den i -ten Platz.“

a) $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$ = Jeder Sportler erreicht genau den Platz, den seine Startnummer angibt.

b) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n$ = Mindestens ein Sportler erreicht den Platz, den seine Startnummer angibt.

c) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \dots \cap \overline{A_n}$ = Kein Sportler erreicht den Platz, den seine Startnummer angibt.

d) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \dots \cup \overline{A_n}$ = Mindestens ein Sportler erreicht nicht den Platz, den seine Startnummer angibt.

