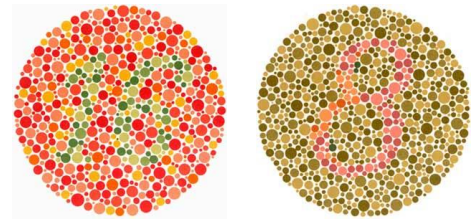


## Q11 \* Mathematik \* Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit

- Zwei L-Würfel werden geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
  - der erste Würfel 6 zeigt unter der Bedingung, dass die Augensumme mindestens 10 ist;
  - die Augensumme mindestens 10 ist unter der Bedingung, dass der erste Würfel 6 zeigt?
- Florian spielt Skat. Seine Hand von 10 Karten enthält genau zwei Buben.
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat genau ein weiterer Bube liegt?
  - Florians Buben sind der Herz- und der Karobube. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt
    - genau ein Bube
    - nur der Kreuzbube
 im Skat?

- Untersuchungen haben ergeben, dass in der BRD 8,0% der Männer und 0,60% der Frauen farbenblind (rot-grün-blind) sind (ca. 1970). Berechnen Sie unter der Voraussetzung, dass 47,7% der Einwohner der BRD männlich sind, die Wahrscheinlichkeit für
  - einen farbenblinden Mann
  - eine farbenblinde Frau
  - eine farbenblinde Person in der BRD.



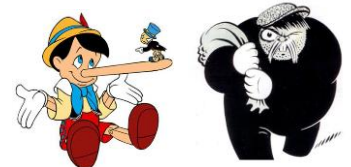
- In der BRD waren 1975 0,5% der Bevölkerung aktiv an Tuberkulose (Tbc) erkrankt. Man weiß aufgrund langjähriger Erfahrung, dass ein spezieller Tbc-Röntgentest 90% der Kranken und 99% der Gesunden richtig diagnostiziert. Eine medizinische Diagnose kann in zweierlei Weise falsch sein:
 

**Fehler 1. Art** : Der Patient hat die betreffende Krankheit, sie wird aber nicht erkannt.  
**Fehler 2. Art** : Der Patient ist gesund, wird aber für krank erklärt.

 Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. bzw. Fehler 2. Art?
  - Das Untersuchungsergebnis weist einen Getesteten als Tbc-krank aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er dann wirklich krank?
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Untersucher wirklich gesund, wenn er laut Untersuchungsbefund gesund ist?
  - Die beiden in b) und c) getesteten Personen stammen aus einer Bevölkerungsschicht, die nur zu 0,05% aktiv an Tbc erkrankt ist. Welche Wahrscheinlichkeiten ergeben sich nun in den Fällen a) und b)?

- "Wer lügt, der stiehlt." - Angenommen, dieses Vorurteil wäre stichhaltig. Welche Ungleichungen müssten dann für die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
 

$L = \text{"Herr A ist ein Lügner."}$ ,  $D = \text{"Herr A ist ein Dieb."}$   
 und  $E = L \cup D$  gelten?



- Es bedeuten  $K = \text{"Knabe"}$  und  $L = \text{"Linkshänder"}$ . Welche Folgerungen können aus  $P(K \cap L) < P(K) \cdot P(L)$  bzw.  $P(K \cap L) > P(K) \cdot P(L)$  gezogen werden?

- Erfahrungsgemäß haben 12% eines Abiturjahrgangs die 7. Klasse und 9% die 9. Klasse wiederholt. Nehmen Sie an, dass das Wiederholen dieser Klassen unabhängig erfolgt. Wie viel Prozent haben dann
  - keine der beiden Klassen,
  - die 7. Klasse, aber nicht die 9. Klasse wiederholt.



**Q11 \* Mathematik \* Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit \* Lösungen**

1. a)  $P_{\text{Augensumme} \geq 10} (\text{1. Wurf } 6) = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = 0,50$

b)  $P_{\text{1. Wurf } 6} (\text{Augensumme} \geq 10) = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = 0,50$

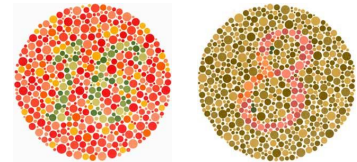
2. a)  $P(\text{genau ein weiterer Bube im Skat}) = \frac{40}{231}$

b)  $P(\text{genau ein Bube im Skat}) = \frac{40}{231}$  und  $P(\text{Kreuzbube im Skat}) = \frac{20}{231}$

3. a)  $P(\text{farbenblinder Mann}) = 0,08 \cdot 0,477 = 3,816\%$

b)  $P(\text{farbenblinde Frau}) = 0,006 \cdot 0,523 = 0,3138\%$

c)  $P(\text{farbenblinde Person}) = 3,816 + 0,3138\% = 4,1298\%$

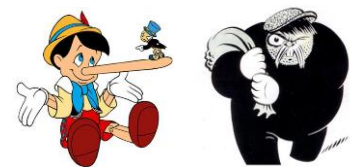


4.  $P_{\text{TBC}}(\text{Test negativ}) = 10\%$  und  $P_{\text{TBC}}(\text{Test positiv}) = 1,0\%$

a)  $P_{\text{Testnegativ}}(\text{TBC}) = \frac{0,005 \cdot 0,10}{0,005 \cdot 0,10 + 0,995 \cdot 0,99} \approx 0,051\%$

b)  $P_{\text{Testpositiv}}(\overline{\text{TBC}}) = \frac{0,995 \cdot 0,01}{0,995 \cdot 0,01 + 0,005 \cdot 0,90} \approx 68,9\%$

c)  $P_{\text{Testnegativ}}(\text{TBC}) \approx 0,0051\%$  und  $P_{\text{Testpositiv}}(\overline{\text{TBC}}) \approx 95,7\%$



5.  $P(L) = P(D \cap L) \leq P(D)$

6.  $P(K \cap L) < P(K) \cdot P(L) \Rightarrow P_L(K) < P(K)$  bzw.  $P_K(L) < P(L)$ , d.h.

unter den Knaben gibt es (prozentual) weniger Linkshänder als unter den Mädchen.

7. a)  $P(\text{wiederholt weder 7. noch 9. Klasse}) = 0,88 \cdot 0,91 = 80,08\%$

b)  $P(\text{wiederholt 7. aber nicht 9. Klasse}) = 0,12 \cdot 0,91 = 10,92\%$

